**淮北市2023届高三第一次模拟考试**



**数学试题卷**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中只有一项是符合题目要求的．**

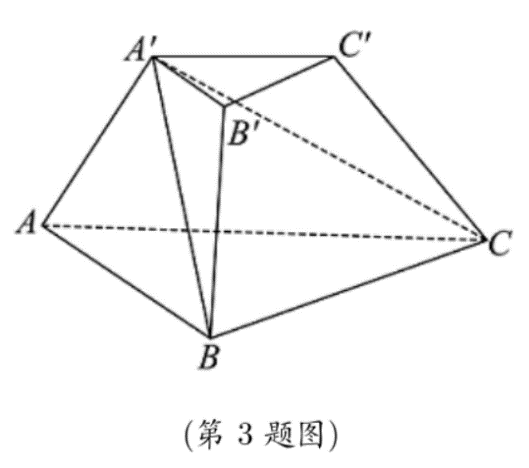
1．已知全集，集合和，则集合的元素个数为（ ）

A．1 B．2 C．3 D．4．

2．已知复数*z*在复平面内对应点的坐标是，则（ ）

A． B． C． D．

3．如图所示，在三棱台中，沿平面截去三棱锥，则剩余的部分是（ ）



A．三棱锥 B．四棱锥 C．三棱柱 D．组合体

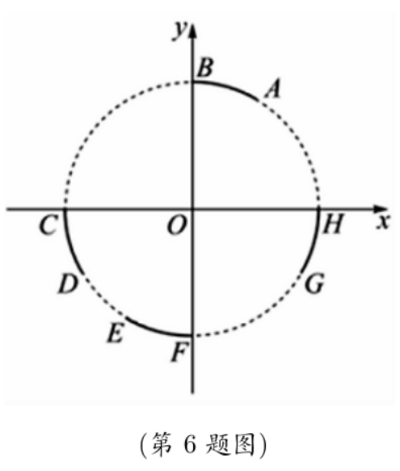
4．已知则（ ）

A． B． C． D．

5．在平面直角坐标系中，点，在椭圆上，且直线*OA*，*OB*的斜率之积，则（ ）

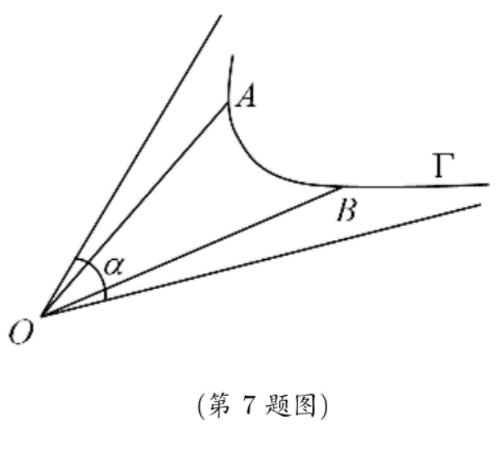
A．1 B．3 C．2 D．

6．如图，在平面直角坐标系中，，，，分别是单位圆上的四段弧，点*P*在其中一段弧上，角以*Ox*为始边，*OP*为终边．若，则点*P*所在的圆弧是（ ）



A． B． C． D．

7．如图，对于曲线所在平面内的点*O*，若存在以*O*为顶点的角，使得对于曲线上的任意两个不同的点*A*，*B*恒有成立，则称角为曲线的相对于点*O*的“界角”，并称其中最小的“界角”为曲线的相对于点*O*的“确界角”．已知曲线（其中是自然对数的底数），*O*为坐标原点，则曲线*C*的相对于点*O*的“确界角”为（ ）



A． B． C． D．

8．对于一个古典概型的样本空间和事件*A*，*B*，*C*，*D*，其中，，，，，，，，则（ ）

A．*A*与*B*不互斥 B．*A*与*D*互斥但不对立

C．*C*与*D*互斥 D．*A*与*C*相互独立

**二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求**．**全部选对的得5分，部分选对的得3分，有选错的得0分．**

9．已知*D*是的边*BC*上的一点（不包含顶点），且，其中，则（ ）

A． B．

C． D．

10．已知函数，则（ ）

A．在单调递增

B．有两个零点

C．曲线在点处切线的斜率为

D．是奇函数

11．已知曲线，直线*l*过点交于*A*，*B*两点，下列命题正确的有（ ）

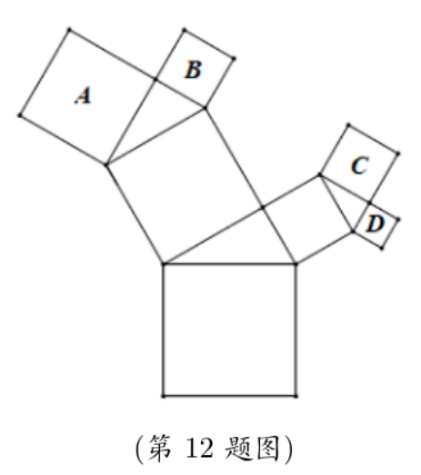
A．若*A*点横坐标为8，则

B．若，则的最小值为6

C．原点*O*在*AB*上的投影的轨迹与直线有且只有一个公共点

D．若，则以线段*AB*为直径的圆的面积是

12．如图，以正方形的一边为斜边向外作直角三角形，再以该直角三角形的两直角边分别向外作正方形，重复上述操作，保持所作的直角三角形都相似，得四个正方形，记为*A*、*B*、*C*、*D*，其面积记为，，，，则下列结论正确的有（ ）



A． B．

C． D．

**三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分．**

13．的展开式中的常数项为\_\_\_\_\_\_．（用数字作答）

14．已知直四棱柱的底面是菱形，，棱长均为4，，的中点分别为*P、Q*，则三棱锥的体积为\_\_\_\_\_\_．

15．设若互不相等的实数，，满足，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_．

16．已知双曲线过点，则其方程为\_\_\_\_\_\_；设，分别为双曲线*C*的左右焦点，*D*为右顶点，过的直线与双曲线*C*的右支交于*A*，*B*两点（其中点*A*在第一象限），设*M*，*N*分别为，的内心，则的取值范围是\_\_\_\_\_\_（第一个空2分，第二个空3分）

**四、解答题：本题共6小题，共70分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。**

17．（本题满分10分）设内角*A*、*B*、*C*所对边分别为*a*、*b*、*c*，已知，．

（1）求角*B*的大小

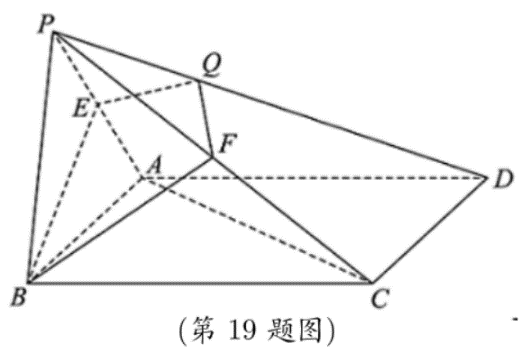
（2）若，求的面积．

18．（本题满分12分）已知数列满足，，．

（Ⅰ）求证：数列是等比数列；

（Ⅱ）若，为数列的前*n*项和，求．

19．（本题满分12分）如图，已知四棱锥的底面是平行四边形，侧面*PAB*是等边三角形，，，．



（Ⅰ）求证：面面*ABCD*；

（Ⅱ）设*Q*为侧棱*PD*上一点，四边形*BEQF*是过*B*，*Q*两点的截面，且平面*BEQF*，是否存在点*Q*，使得平面平面*PAD*？若存在，确定点*Q*的位置；若不存在，说明理由．

20．（本题满分12分）为弘扬中华优秀传统文化，荣造良好的文化氛围，某高中校团委组织非毕业年级开展了“我们的元宵节”主题知识竞答活动，该活动有个人赛和团体赛，每人只能参加其中的一项，根据各位学生答题情况，获奖学生人数统计如下：

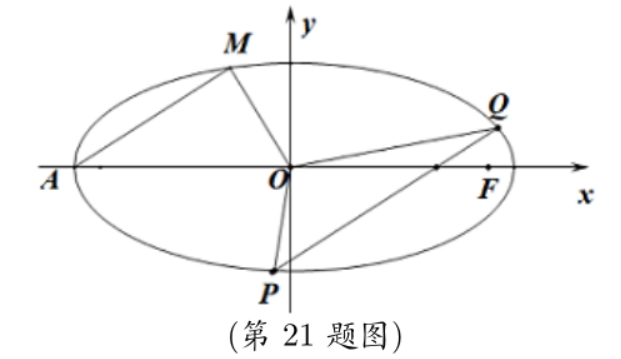
|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 奖项组别 | 个人赛 | | | 团体赛获奖 |
| 一等奖 | 二等奖 | 三等奖 |
| 高一 | 20 | 20 | 60 | 50 |
| 高二 | 16 | 29 | 105 | 50 |

（Ⅰ）从获奖学生中随机抽取1人，若已知抽到的学生获得一等奖，求抽到的学生来自高一的概率；

（Ⅱ）从高一和高二获奖者中各随机抽取1人，以表示这2人中团体赛获奖的人数，求的分布列和数学期望；

（Ⅲ）从获奖学生中随机抽取3人，设这3人中来自高一的人数为，来自高二的人数为，试判断与的大小关系．（结论不要求证明）

21．（本题满分12分）已知椭圆，*A*、*F*分别为的左顶点和右焦点，*O*为坐标原点，以*OA*为直径的圆与交于*M*点（第二象限），．



（Ⅰ）求椭圆的离心率*e*；

（Ⅱ）若，直线，*l*交于*P*、*Q*两点，直线*OP*，*OQ*的斜率分别为，．

（ⅰ）若*l*过*F*，求的值；

（ⅱ）若*l*不过原点，求的最大值．

22．（本题满分12分）已知函数，．

（Ⅰ）讨论函数的单调性；

（Ⅱ）当时，令

（ⅰ）证明：当时，；

（ⅱ）若数列满足：，，证明：．

**淮北市2023届高三一模数学参考答案**

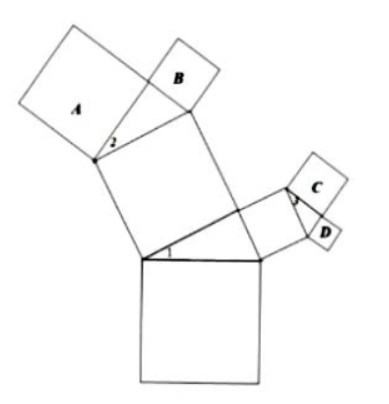
**一、选择题**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 答案 | B | D | B | C | A | C | B | D | AD | AC | BCD | BC |

**二、填空题**

13．240； 14．； 15． 16．，

12．



解：设，最大正方形边长为1，小正方形*A*、*B*、*C*、*D*的边长分别为*a*，*b*，*c*，*d*

则，，，

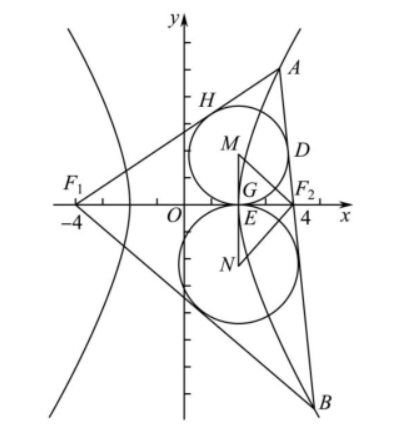
所以，故C正确

，故B正确

所以选BC．

16．解①由双曲线过点，所以，所以方程为

②如图：



设的内切圆与，，分别切于*H*，*D*，*G*，

所以，，，

所以，

又，所以，，

又，，所以*G*与重合，所以*M*的横坐标为*a*，同理可得*N*的横坐标也为*a*，

设直线*AB*的倾斜角为，则，，











当时，，

当时，由题知，，，．

因为*A*，*B*两点在双曲线的右支上，∴，且，所以或，

∴，且，，

综上所述，

故①答案为：；

**三、解答题**

17．（本题满分10分）

解：（1）由

得，即，则，所以．

（2）注意到，，，由

得，即．

又，所以．则．





所以．

18．（本题满分12分）

（1）注意到，则，即．

所以是以为首项，以3为公比的等比数列．

（2）由（1）知，故．

所以．

故，两同乘以3，错位

，两式相减得







所以，

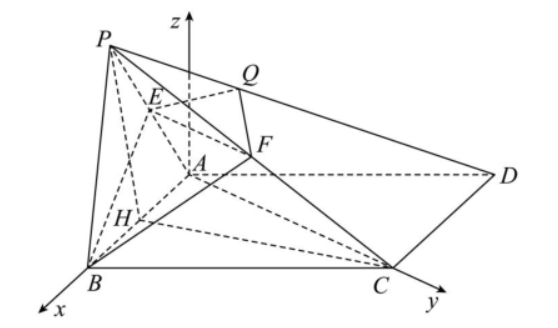
19．（本题满分12分）

（1）证明：在中，因，

所以，即，又，*PB*，*AB*相交，

所以面*PAB，*所以面面*ABCD*得证

（2）假设存在点*Q*，使得平面平面*PAD*．



如图，以*A*为原点，分别以，为*x*，*y*轴的正方向建立空间直角坐标系，

则，，，

，，，，

设是平面*PAD*的法向量，则，取

设，其中．

则

连接*EF*，因平面*BEQF*，平面*PAC*，平面平面，故

取与同向的单位向量．

设是平面*BEQF*的法向量，

则，取．

由平面平面*PAD*，知，有，解得．

故在侧棱*PD*上存在点*Q*且当时，使得平面平面*PAD*．

另，用几何法也可：

由题意及（1）得，取*E*为*PA*中点，则

所以面*BEQF*，故平面平面*PAD*

在中，，*E*为中点，进而求解。

请阅卷老师相应给分!

20．（本题满分12分）

解：（Ⅰ）记“任取1名学生，该生获得一等奖”为事件A，记“任取1名学生，该生为高一学生”为事件B，∴，，∴

（Ⅱ）由己知可得，得可能取值为0，1，2

∴，，，

∴的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
| *p* |  |  |  |

∴

（Ⅲ）

理由：∵，∴，∴

21．（本题满分12分）

解：（Ⅰ）由己知点*M*是以*AO*为直径的圆上的点

∴，又∵，，∴，

∴，又∵点*M*在椭圆上，∴，整理得，∴

（Ⅱ）设，，

（ⅰ）由，，∴椭圆的方程为：

在中，∴直线*l*的斜率为，

∴直线*l*的方程为，与椭圆方程联立得

整理得：，∴，，∴

（ⅱ）设直线*l*的方程为，与椭圆方程联立得

消去*x*整理得：，当得，

∴，，

∴

∴当且仅当时，有最大值，此时最大值是

22．（本题满分12分）

解：（1）由题意得：

当时，恒成立，得在上单调递增：

当时，时，此时单调递增，

时，此时单调递减，

综上得：当时，在上单调递增，

当时，在单调递减，在上单调递增。

（2）（ⅰ）当时，，

欲证，往证，即证，

记，，得，故在上单调递减，

得，．故当时，成立．

（ⅱ）由（ⅰ）得当时，，

故当，得，进而，依次得，．

欲证，即证．

下面先证关系，即证，．

即，整理得即证：

记，，得

又，所以在上单调递增，有，

所以在上单调递增，得，

故当，时，有，所以，．

故

又，得，所以

所以得证．