

2024届高三年级大联考 数学参考答案与评分细则

一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分，每小题给出的四个选项中，只有

项符合题目要求.

1. 已知 · ,则三=

A.1+i B. 1-i C. 3-j D.3+i

【答案】B

【解析】 

2.已知集合A=(xeN||x-2|<3}, 则集合A 的真子集个数为

A.15 B.16 C.31 D.32

【答案】C

【解析】|x-2|<3>-3<x-2<3≥-1<x<5,

因为xeN, 所以x=0,1,2,3,4,

所以A

的真子集个数为2⁵-1=31,选C.

3. 若空间中四点A,B,C,D 满足4DA+AC=4DB, 则 ·

B.3 C.

A. D.

【答案】A

*【解析】4DA+AC=4DB=AC=4(DB-DA)=AC=4AB, 则*,选A.

4.设函数f(x)=lg(x²-ax+1)在区间(0,1)上单调递减，则a的取值集合为

A.(2,+x) B.(2,+~) c.{2} D.(-o,-2)

【答案】C

【解析】令1=x²-ax+1,对称轴；,则1,又因为f(x)在(0,1)上有意义，所以

1-a+1≥0≥a≤2, 故a=2, 选C.

5. 记数列{a.}的前n 项和为S, 则“{a,} 为等差数列”是 的

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】若{a,}为等差数列，则，.若，,则，

n≥2. 两式相减，得2a₄=a₁+na,-(n-1)a₁-, 即a₁+(n-2)a,-(n-1)a-=0, 所以a₁+(n-3)a₄-₁-(n-2)a₂-2=0,n≥3, 两式相减，得a₁+a₂=2a,1, 即

a₄-a₁₁=a-a₂, 所以数列{a,}为等差数列，选 C.

6. 星等是天文学上对星星明暗程度的一种表示方法，可分为两种：目视星等与绝对星等.

它们之间可用公式。转换，其中M 为绝对星等， m 为目视星等，d 为

到地球的距离(单位：光年).现在地球某处测得1号星的绝对星等为M, 目视星等为m;

2号星绝对星等为M₂, 目视星等为m₂. 则1号星与2号星到地球的距离之比为

A.1  B. 

C.1  D. 

【答案】B

【解析】设1号星到地球的距离为d,2 号星到地球的距离为d₂, 所以

两式相减可得

,

,则1

所以,故选B.

7. 已知实数m,n 满足(m+1)(n+1)=2,

A.

,

c.

,

则m,n 可能是



D.

,

【答案】A

【解析】由(m+1)(n+1)=2, 得；,类比1 选 A.

8. 已知圆C:x²+y²=4 与x轴正半轴的交点为D, 从直线1:x+y=4 上任一动点P 向圆作

切线，切点分别为A,B, 过点(0,1)作直线AB的垂线，垂足为H, 则DH 的最小值为

A.√2 B.  C.1 D. 

【答案】B

【解析】易得D(2,0), 设P(a,4-a), 则直线AB:ax+(4-a)y=4=AB 恒过定点(1,I),

过点(0,1)作直线AB的垂线，H 在圆上，该圆的圆心为,半径为： ,所以DH 的最小值为： ,选B.

二、多项选择题：本题共4小题，每小题5分，共20分，在每小题给出的选项中，有多项

符合题目要求。全部选对得5分，部分选对得2分，有项选错得0分.

9. 某校举办庆元旦歌唱比赛， 一共9位评委对同一名选手打分.选手完成比赛后，每位评 委当场打分，作为该选手的初始评分.去掉一个最低分与一个最高分，选择剩余7位评

委的评分作为该选手的最终得分.则下列说法正确的是

A. 同一个选手的初始评分的中位数等于最终评分的中位数

B. 同一个选手的初始评分的下四分位数等于最终评分的下四分位数

C. 同一个选手的初始评分的平均数不低于最终评分的平均数

D. 同一个选手的初始评分的方差不低于最终评分的方差

【答案】ABD

【解析】设同一选手的初始评分分别为a₁,a₂,a₃…,a, 其中a≤a₂ ≤a₃ ≤…≤a≤a₉,则

该选手的最终评分为a₂,a₃,…,a, 所以这两组数据的中位数均为a₅,A 正确.初

始评分的下四分位数为a₃, 最终评分的下四分位数为a₃,B 正确.

,该值 的正负不确定，C 错误.去掉最高分与最低分，数据的稳定性增强， D 正确. 选ABD.

10. 已知  ,o>0, 下列结论正确的是

A. 若使|f(x)-f(x)|=2 成立的K₁-x=π, 则o=2

B. 若f(x) 的图像向左平移个单位长度后得到的图像关于y 轴对称，则0mm=1



C. 若f(x) 在[0,2π]上恰有6个极值点，则0的取值范围为(

D. 存在0,使得f(x) 在上单调递减

【答案】BC

则

【解析】对于A, 若f|(x)-f(x₂)|=2,

,

则o=1, 故A 错误；

对于B, 将f(x) 的图像向左平移 个单位长度后得到



若所得图象关于y 轴对称，则 t, 得o=I+3k,keZ,

所以O =1, 故 B 正确；

对于C, 由x ∈[0,2π], 得

若f(x) 在[0,2π]上恰有6个极值点，

则!,解得 ,故C 正确；

对于 D, 由：

因为  所以f(x) 在 上不可能单调递减，故D 错误.

选 BC.

11.在平面直角坐标系xOy中，动点P(x,y) 到两个定点F(-1,0),F₂(1,0) 的距离之积等

于1,记点P 的轨迹为曲线E, 则

A. 曲线E 关于原点对称 B. 曲线E 与x 轴恰有3个公共点

C.△PF₁F2 的周长最小值为4 D.△PF₁F₂ 的面积最大值为1

【答案】AB

【解析】对于A, 因为|PF||PF₂|=1, 所以 (x+1²+y²)(x-D²+y²)=1,

用(-x,-y) 替换(x,y), 方程仍然成立，故A 正确.

对于B, 设y=0, 得(x²-1²=1, 解得x=0,±√2, 故B正确.

对于C, 因为P|FH|PF|=1, 所

 当且仅当|PF|=|PF₂ |=1时等号成立，此时点P

恰为坐标原点，故△PFF₂ 的周长最小值大于4,故C 错误.

对于 D, 由题意，得*·PF₂ ·* ,故D 错误.

选AB.

12. 在四棱锥P-ABCD 中 ，PA⊥平面ABCD, 底面ABCD是等腰梯形， AD//BC, AB=BC=2,PA=4,AD=4, 则下列说法正确的是

*A.PB⊥BD*

B. 棱PD 上存在点E,CE// 平面PAB

C. 设平面PBC与平面PAD的交线为1,则1与CD的距离为2

D. 四棱锥P-ABCD 的外接球表面积为32π

【答案】ABD

【解析】因为底面ABCD是等腰梯形，AD/IBC,AB=BC=2,AD=4, 所以AB⊥BD,

*因为PA⊥平面ABCD, 所以AB是PB在平面ABCD上的射影，所以PB⊥BD,*

故A 正确.

*取PD的中点E,AD 的中点F, 连接CF,EF, 则EF//PA, 得EF// 平面PAB,*

CF//AB, 得CF// 平面PAB, 所以平面CEF//平面PAB, 所以CE// 平面PAB, 故 B 正确.

由ADIIBC, 得ADII平面PBC, 进而得AD//1, 所以I// 平面ABCD, 由PA⊥平 面ABCD, 且PA=4, 得1与CD的距离为4,故C 错误.

由EF//PA,PA⊥ 平面ABCD, 得EF⊥平面ABCD,因为FA=FB=FC=FD=2

所以EA=EB=EC=ED, 又因为E是PD的中点，所以EP=ED, 所以E 是四棱

锥 P-ABCD 的外接球球心，因为 ED=2√Z, 所以外接球表面积为

4π×(2 √2}=32π,故D 正确.

选 ABD.

三、填空题：本题共4小题，每小题5分，共20分。请把答案直接填写在答题卡相应位置

上.

13.已知随机变量X～N(μ,o²), 且P(X<2μ)=0.8, 则P(O<X<μ)=\_ ▲

【答案】0.3

【解析】因为X~N(μ,c²), 且P(X<2μ)=0.8,所以P(X≥2μ)=1-0.8=0.2, 故

P(X≤0)=0.2, 故P(O<X<μ)=0.5-P(X≤0)=0.5-0.2=0.3.

14.已知数列{a,}满足a₃=5,a+a=4n, 则!

【答案】4082

【解析】由a₃=5,a+am=4n, 得 a₂=3,a₁=1, 又an+a₂=4n+4, 所以

a₂-a₄=4, 所以a₂a-1=4n-3,a₂m=4n-1, 所以a₁=2n-1, 所以



15.设椭圆5 双曲线(共焦点F,F₂, 离心率分别为e,₂, 其中 e₂=2q. 设曲线C₁,C₂在第一、三象限的交点分别为点P,Q, 若四边形FQF₂P为矩 形，则e₂=\_ ▲ .

【答案】 

【 解 析 】 设 PF=s,PF₂=1,

(a+m)²+(a-m)²=4c²,

则 s=a+m,I=a-m, 由



, 得

所以α²+m²=2c², 得,又因为e₂=2e₁, 解得

16.已知三次函数f(x)=x³+bx²+cx+d, 其导函数为f(x), 存在te(1,4), 满足

f(2-r)=f(U)=f^U)=0. 记f(x) 的极大值为M, 则M的取值范围是\_ ▲

【答案】(0,32)

【解析】因为t ∈(1,+x), 所以t>2-1, 由题意得t 是f(x) 的零点也是极小值点，所以不 妨设f(x)=(x+1-2)x-1², 求导后，可得f(x)的极大值] 因为t∈(1,4), 所以M∈(0,32).

四、解答题：本题共6小题，共70分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

17.(10分)

设正项数列{a,}的前n 和为S, 

(1)证明：数列{a.}为等差数列；

(2)若a₁=1, 求数列 的 前n 项 和T。

【解析】(1)因为 

所以2S,=na

当 n≥2 时，2S₄=(n-1)a,

两式相减，得

当n=1时，满足!

所以 即 a,=na₁

所以a-a,=a₁,

所以{a,}是等差数列.

(2)因为a₁=1, 所 以a₁=n,



所以



18.(12分)

已知函数f(x)=e²+xsinx+cosx,x≥0.

(1)求曲线y=f(x) 在点(0,f(0)) 处的切线方程：

(2)证明： f(x) 在(0,+)上单调递增.

【解析】(1)因为f(x)=e+sinx+xcosx-sinx=e+xcosx,

所以f(0)=1,f(0)=2,

所以曲线y=f(x) 在点(0,f(O)) 处的切线方程为y=x+2,

即x-y+2=0.

(2) 由(1)知， f(x)=e⁴+xcosx,

因 为cosx≥-1,x>0,

所 以xcosx≥-x,

……2分

……4分

……5分

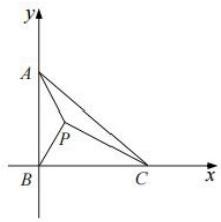
……6分

……8分

……10分

……3分

……5分



所以f'(x)≥e⁴-x, ……8分

设h(x)=e-x, 则导函数h(x)=e-1>0,

所 以h(x)在(0,+c聚)上单调递增， ……10分

所 以h(x)>h(0)=1,

所 以f(x)≥h(x)>0,

所以f(x) 在(0,+x) 上单调递增. ……12分

19.(12分)

在△ABC中，内角A,B,C 所对边分别为a,b,c,l 

(1)求AB.BC 的值；

(2)若a=2,c=√3, 点P 在△ABC内部，且PA=PB,PB⊥PC, 求△PAC的面 积.

【解析】(1)因为1  ,所以根据正弦定理，得

 ……2分

因为0<A<π, 所以sinA>0,



因为0<B<π, 所以

,

所以：

,

所以：  ……4分

, ,

 ……5分

(2)如图，以B 为原点，BC所在直线为x 轴，B4 所在直线为y 轴，

建立平面直角坐标系，则



*由PB⊥PC, 得*

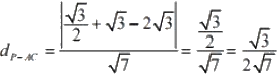






所以  ……8分

因为AC=√7,. 

所以点P 到直线AC 的距离  ……10分 所以△PAC的面积， ……12分

20.(12分)

如图，在正六边形ABCDEF中，将△ABF沿直线BF 翻折至△A'BF, 使得

二面角A'-BF-C 的大小为 , 0 为BF的中点，1在线段AC 上，OH// 平面 FEF (1)记五棱锥A-BCDEF 的体积为 ，四面体O-EFH 的体积为V₂, 求

(2)求A'B与平面A'DE所成角的正弦值.

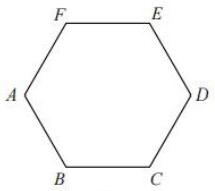


图 1

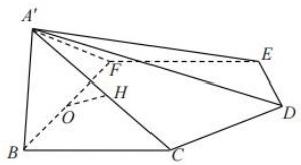


图 2

【解析】(1)设正六边形棱长为2a, 延长CO 交EF 延长线于M, 连结A'M.



因为OH// 面A'EF,OHC 面ACM, 面AEF∩ 面CMA'=A'M,

所以OH//A'M,

所以 ·

所 以H 为A'C中 点

……2分

……4分

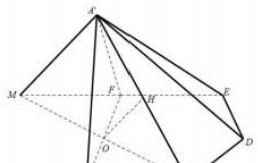
所!

所以

(2)不妨设A'B=2a,

*因为Vg-(DE=V/-BDE*

……6分



所以

·

,





……8分

因为A'D=√3a,DE=2a,AE=√ 10a,

所以，

,





……

10分



即A'B与平面A'DE 所成角的正弦值为

21.(12分)



……

12分

某单位有 A 、B 、C 、D 四种互不相同的密码，每周使用其中的一种密码，且每周都是

从上周未使用的三种密码中等可能地随机选用一种.已知第1周选择使用A 密码.

(1)求第3周使用A密码的概率；

(2)求第k 周使用A 密码的概率；

(3)记前n 周中使用B 密码的次数为Y, 求 E(Y).

【解析】(1)因为第1周选择使用A 种密码，

所以第2周不选择使用A 种密码，

所以第3周从上周未选用的三种密码中任选一种，

所以选择使用A 密码的概率为

……3分

(2)设第k 周使用A 密码的概率为a₄, 则

第k+1 周使用A 密码的概率，

……5分

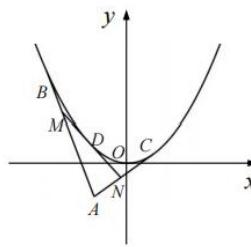


因为a₁=1, 所以，

所以数列是以 为首项，公比)的等比数列，

所以





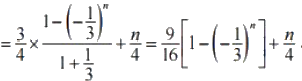
答：第k周使用A 密码的概率为

(3)设第k周使用A 种密码的次数为X(k=1,2,…,n),

所以E(X)=E(X₁+X₂+…+X,)

=E(X₁)+E(X₂)+…+E(X,)

=a₁+a₂+…+a₂



因为 B 、C 、D 地位相同，



……8分

则X₄ 服从0-1分布，

……10分

……12分

22.(12分)

已知抛物线 E:x²=4y 的焦点为F, 过点A(-1,-1) 的直线分别与E 相切于点B,C,

点D 在曲线E 上，且在B,C 之间，曲线E 在D 处的切线分别与AB,AC 相交于M,N.

(1)求△AMN 面积的最大值；

(2)证明：△AMN 的外接圆经过异于点A 的定点.

【解析】(1)F(0,1), 设B(x₁,y₁),C(x₂,y₂),D(x₀,y₀),

则

…1 分

AB:x₁x=2y+2y₁,AC:x₂x=2y+2y₂,

联立  , 消x, 得x²+2x-4=0,

所以x+x₂=-2,xx₂=-4,|x-x₁ |=2 √5.…3 分

同理， MN:x₀x=2y+2y₀.

联立 



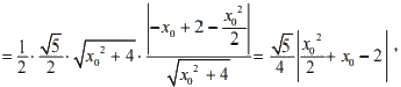
所以!



所以

因为点A到直线 MN的距离!

所以



所以当x₀=-1 时，

(2)由(1)得， MN的中点!



所以AB⊥AC,

所以△AMN的外心为Q.

因)

,

,

……5分

……7分

……8分

……10分







所以QA=QF,

所以△AMN 的外接圆经过异于点A的点F.

……

12分