**绝密★启用前**

**2024年普通高等学校招生全国统一考试模拟试题（一）**

**数 学**

**本试卷共4页，19题．全卷满分150分．考试用时120分钟．**

**★祝考试顺利★**

**注意事项：**

**1．答题前，先将自己的姓名、准考证号、考场号、座位号填写在试卷和答题卡上，并将准考证号条形码粘贴在答题卡上的指定位置．**

**2．选择题的作答：每小题选出答案后，用2B铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．**

**3．非选择题的作答：用黑色签字笔直接答在答题卡上对应的答题区域内．写在试卷、草稿纸和答题卡上的非答题区域均无效．**

**4．考试结束后，请将本试卷和答题卡一并上交．**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1．设为虚数单位，若复数满足，则||（ ）

A．1 B． C． D．2

2．已知集合，集合，则集合与集合的关系为（ ）

A． B． C． D．

3．一个容量为10的样本，6，7，8，9，10，13，14，15，17，18，则该组数据的上四分位数为（ ）

A．8 B．7.5 C．14.5 D．15

4．已知直线与交于两点，，则（ ）

A．1 B． C． D．

5．考虑以为样本空间的古典概型．设和定义在上，取值于的成对分类变量，则“与独立”是“与独立”的（ ）

A．充要条件 B．充分不必要条件 C．必要不充分条件 D．既不充分也不必要条件

6．，则的最小值为（ ）

A． B． C． D．6

7．已知数列通项公式为，将数列的公共项从小到大排列得到数列，设数列的阅项和为，则（ ）

A． B． C． D．

8．一个半径为1的小球在一个内壁棱长为的正四面体封闭容器内可向各个方向自由运动，则该小球表面永远不可能接触到的容器内壁的面积是（ ）

A． B． C． D．

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9．四个实数按照一定的顺应构成一个等比数列，则的可能取值有（ ）

A． B． C．128 D．

10．已知函数且满足，对任意的恒有，且为的极值点，则下列等式成立的是（ ）

A． B．

C． D．

11．已知分别为双曲线的左、右焦点，过点的直线与双曲线的右支交于两点，记的内切圆的半径为的内切圆的半径为．若双曲线的离心率，则下列说法正确的是（ ）

A．双曲线的渐近线方程： B．以为直径的圆与直线相切

C．内切圆半径最小值是 D．的范围是

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12．函数的对称中心为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．抛物线的焦点为，直线过分别交抛物线于点，且直线父轴于，其中，则点坐标为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．对于任意的实数，函数在上至少3个零点，至多4个零点，则的取值范围为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15．（本小题满分13分）

发展新能源汽车是我国从汽车大国迈向汽车强国的必由之路，是应对气候变化推动绿色发展的战路举措．随着国务院《新能源汽车产业发展规划（2021—2035）》的发布，我国自主品牌汽车越来越具备竞争力，国产某品牌汽车对市场进行调研，统计了该品牌新能源汽车在某城市2023年前几个月的销售量（单位：辆），用*y*表示第*x*月份该市汽车的销售量，得到如下统计表格：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|  | 28 | 32 | 37 | 45 | 47 | 52 | 60 |

（1）经研究，满足线性相关关系，求关于的线性回归方程（按四舍五入精确到整数）；

（2）该市某店为感谢客户，决定针对该品牌的汽车成交客户开展抽奖活动，设“一等奖”、“二等奖”和“祝您平安”三种奖项，“一等奖”奖励5千元；“二等奖”奖励3千元；“祝您平安”奖励纪念品一份．在一次抽奖活动中获得“二等奖”的概率为，获得一份纪念品的概率为，现有甲、乙两个客户参与抽奖活动，假设他们是否中奖相互独立，求此二人所获奖金总额（千元）的分布列及数学期望．

参考数据及公式：．

16．（本小题满分15分）

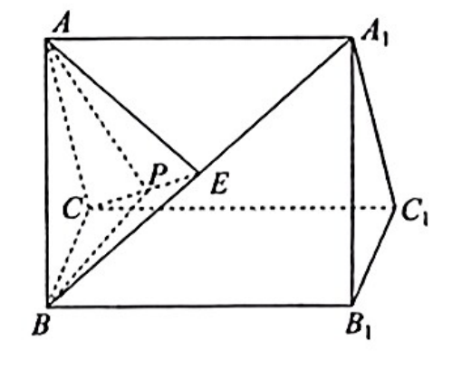
在中，角的对边分别为，若．

（1）求角的大小；

（2）若为上一点，且为的角平分线，，求的最大值．

17．（本小题满分15分）

如图，在直三棱柱中，．



（1）求证：；

（2）若为的中点，三棱锥的体积为1，线段上是否存在点，使得二面角的大小为，若存在，求的值，若不存在，请说明理由．

18．（本小题满分17分）

已知．

（1）若，求；

（2）设，证明：

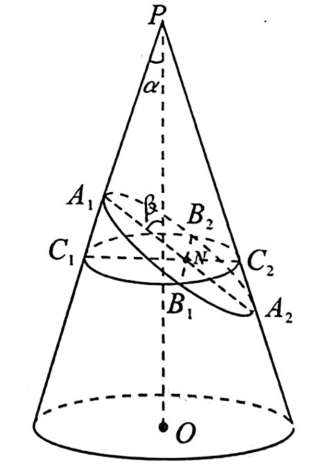
（3）在（2）的条件下，若，

（ⅰ）证明：数列和数列均为等比数列；

（ⅱ）求的通项公式．

19．（本小题满分17分）

如图，已知圆锥的轴与母线所成的角为，过的平面与圆锥的轴所成的角为，该平面截这个圆锥所得的截面为椭圆，椭圆的长轴为，短轴为，长半轴长为的中心为，再以为弦且垂直于的圆截面，记该圆与直线交于，与直线交于，设．



（1）求椭圆的焦距；

（2）椭圆左右焦点分别为上不同两点，满足，设直线交于点，求四边形的面积．