**大庆市2024届高三年级第三次教学质量检测**

**数 学**

**2024.04**

**注意事项：**

**1.答题前，考生先将自己的姓名､班级､考场号/座位号填写在答题卡上，认真核对条形码上的姓名､准考证号，并将条形码粘贴在答题卡的指定位置上.**

**2.选择题答案使用2B铅笔填涂，如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案的标号；非选择题答案使用0.5毫米黑色中性（签字）笔或碳素笔书写，字体工整，笔迹清楚.**

**3.请按照题号在答题卡上各题的答题区域内作答，超出答题区域书写的答案无效.**

**4.保持卷面及答题卡清洁，不折叠，不破损，不准使用涂改液､修正带､刮纸刀.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知集合，则（ ）

A. B. C. D.

2.在复平面内，复数对应的点的坐标是，则（ ）

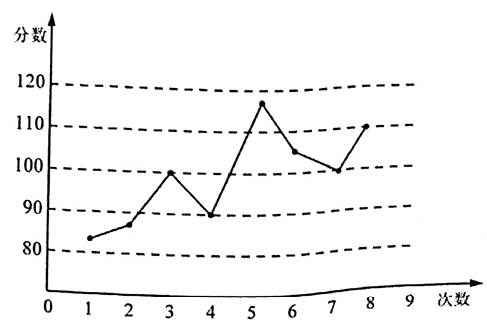
A. B.

C. D.

3.已知等差数列的前项和为，若，则（ ）

A.30 B.32 C.36 D.40

4.小明希望自己的高考数学成绩能超过120分，为了激励自己，他记录了近8次数学考试成绩，并绘制成折线统计图，如图，这8次成绩的第80百分位数是（ ）



A.100 B.105 C.110 D.120

5.已知函数，若，则实数的取值范围是（ ）

A. B. C. D.

6.已知盒子中有6个大小相同的球，分别标有数字，从中有放回地随机取两球，每次取一球，记第一次取出的球的数字是，第二次取出的球的数字是.若事件“为偶数”，事件“中有偶数且”，则（ ）

A. B. C. D.

7.已知函数有2个零点，则实数的取值范围是（ ）

A. B. C. D.

8.已知椭圆的左､右焦点分别为，若经过的弦满足，则椭圆的离心率是（ ）

A. B. C. D.

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.已知点是双曲线上一点，过向双曲线的两条渐近线作垂线，垂足分别为，则下列说法正确的是（ ）

A.双曲线的浙近线方程为

B.双曲线的焦点到渐近线的距离为1

C.

D.的面积为

10.设正方体的棱长为为线段上的一个动点，则下列说法正确的是（ ）

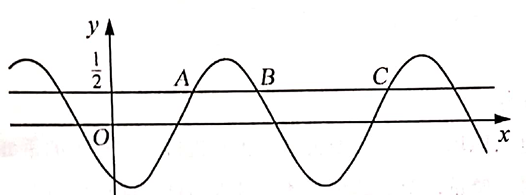
A.

B.平面

C.设与所成的角为，则的最大值为

D.当棱锥体积最大时，该三棱锥外接球的表面积为

11.如图，函数的图象与直线相交，是相邻的三个交点，红，则下列说法正确的是（ ）



A.

B.若的最大值为，则

C.若，函数在上单调递减，则

D.若是偶函数，则的一个可能取值为

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.在：的展开式中，含项的系数是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13.在中，，若边上的两条中线相交于点，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.已知二次函数有两个不相等的零点，其中.在函数图象上横坐标为的点处作的切线，切线与轴交点的横坐标为；用代替重复上面的过程得到：一直继续下去，得到，其中.若，则前6项的和是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15.（本小题满分13分）

已知，函数，且.

（1）求的单调区间；

（2）若恒成立，求的取值范围.

16.（本小题满分15分）

面试是求职者进入职场的一个重要关口，也是机构招聘员工的重要环节.某科技企业招聘员工，首先要进行笔试，笔试达标者才能进入面试.面试环节要求应聘者回答3个问题，第一题考查对公司的了解，答对得1分，答错不得分；第二题和第三题均考查专业知识，每道题答对得2分，答错不得分.

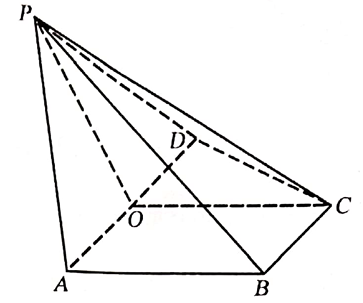
（1）根据近几年的数据统计，应聘者的笔试得分服从正态分布，要求满足为达标.现有1000人参加应聘，求进入面试环节的人数.（结果四舍五入保留整数）

（2）某进入面试的应聘者第一题答对的概率为，后两题答对的概率均为，每道题是否答对互不影响，求该应聘者的面试成绩的分布列与数学期望.

附：若，则，

17.（本小题满分15分）

如图，在四棱锥中，，，且是的中点.



（1）求证：平面平面；

（2）若二面角的大小为，求直线与平面所成角的余弦值.

18.（本小题满分17分）

已知平面内一动圆过点，且在轴上截得弦长为2，动圆圆心的轨迹为曲线.

（1）求曲线的方程；

（2）设点是圆上的动点，曲线上有四个点，其中是的中点，是的中点，记的中点为.

①求直线的斜率：

②求面积的最大值.

19.（本小题满分17分）

法国数学家费马在给意大利数学家托里拆利的一封信中提到“费马点”，即平面内到三角形三个顶点距离之和最小的点，托里拆利确定费马点的方法如下：

①当的三个内角均小于时，满足的点为费马点；

②当有一个内角大于或等于时，最大内角的顶点为费马点.

请用以上知识解决下面的问题：

已知的内角所对的边分别为，点为的费马点，且.

（1）求；

（2）若，求的最大值；

（3）若，求实数的最小值.

**大庆市高三年级第三次教学质量检测**

**数学答案及评分标准**

**一､单项选择题：本大题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | B | D | A | C | D | B | D | A |

1.B 【解析】

因为，所以.故选：B.

2.D 【解析】

因为复数对应的点的坐标是，所以，所以.故选：D.

3.A 【解析】

设等差数列的公差为，由，得，解得，所以

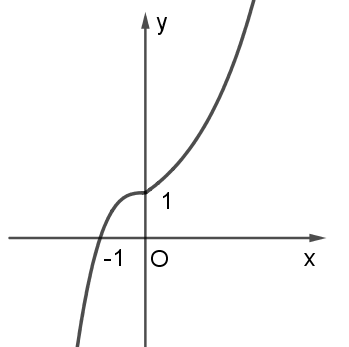
.故选：A.

4.C 【解析】

因为，由图可知8次成绩由小到大排序，第7个位置的数是110，所以这8次成绩的第80百分位数是110.故选：C.

5.D 【解析】

函数的图象如下，由图可知在上单调递增.因为，所以，解得.故选：D.



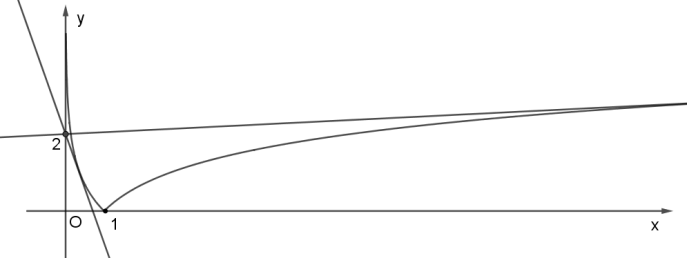
6.B 【解析】

由已知

则.故选：B.

7.D 【解析】

已知函数有2个零点，所以方程有两个根，即函数与的图象有两个公共点.

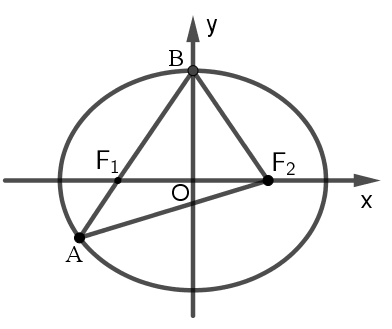


（1）当时，.若直线与曲线相切，设切点坐标为，则曲线在点处的切线方程为.又因为切线过点，所以，解得，即.

（2）当时，.若直线与曲线相切，设切点坐标为，则曲线在点处的切线方程为.又因为切线过点，所以，解得，即.

综上，结合函数与函数的图象及增长速度可知，当两个函数的图象有两公共点时.故选：D.

8.A 【解析】



法一：由题可知，所以，解得.

由得，整理得，

所以.故选：A.

法二：由题可知，由已知得，解得.

记中点为，因为，所以.

在和中，由得，解得，

所以.故选：A.

**二､多项选择题：本大题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

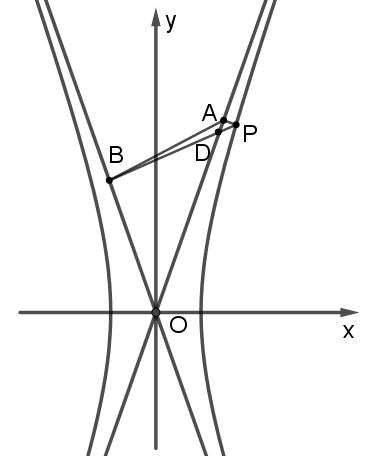
9.ABD 【解析】

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 9 | 10 | 11 |
| 答案 | ABD | BCD | AD |

因为双曲线的方程为，所以，所以双曲线的渐近线方程为.故*A*正确.

双曲线的右焦点到渐近线的距离为.故*B*正确.

由点到直线的距离公式可得.故错误.



如图，因为，所以.在和中，，

，所以，所以

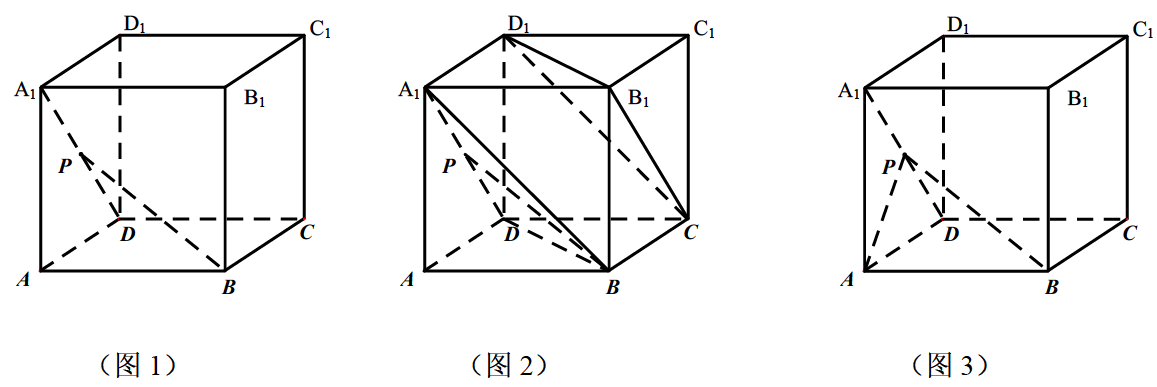
，故*D*正确.

故选：ABD.

10.BCD 【解析】

如图（1），当点与重合时，与所成的角是.故错误.

如图（2），易证平面平面，所以平面.故*B*正确.



如图（3），因为，所以与所成的角为.因为平面，所以，所以，当点与（或重合时最大，此时最大，易得.故*C*正确.

如图（3），因为，所以当点与重合时三棱锥体积最大，此时三棱锥的外接球即为正方体的外接球.设外接球半径为，则，所以，所以该三棱锥外接球的表面积为.故*D*正确.

故选：BCD.

11.AD 【解析】

设，则，所以，

所以，所以.因为，所以

，所以，所以.故*A*正确.

当时，

，

（其中）.因为时有最大值，所以，所以.故*B*错误.

法一：当时，是单调递减函数，所以的减区间为.因为函数在上单调递减，所以，得.因为，所以.故*C*错误.

法二：因为，所以.又因为，所以.因为函数在上单调递减，所以，解得.故*C*错误.

因为，所以的一条对称轴方程是，所以时，是偶函数.故*D*正确.故选：AD.

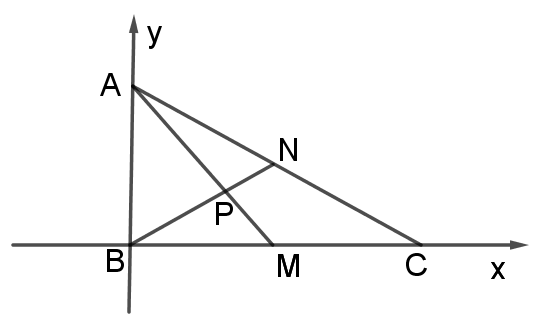
**三､填空题：本大题共3小题，每小题5分，共15分.（13小题第1问2分，第2问3分）**

12.24； 13.； 14.63.

12. 【解析】

在的展开式中，.令得，所以含项的系数是.

13. 【解析】



法一：在中，由余弦定理得，所以.

因为，所以，建立平面直角坐标系，如图，则

，所以，

所以.

法二：.

因为，

所以

14. 【解析】

不妨设，则，所以.

所以在处的切线方程为：.

令，则.

因为，所以，

即，所以是首项为1，公比为2的等比数列，前6项和为.故的前6

项和是.

**三､解答题**

15.（本小题满分13分）

解：（1）的定义域为，

由已知得，

因为，所以，解得.

令，解得（舍），.

当时，；当时，.

所以的单调递减区间为，单调递增区间为.

（2）因为在上单调递减，在上单调递增，

所以当时，有极小值.

因为在上只有一个极值，所以.

因为恒成立，所以，即，得.

所以的取值范围是.

16.（本小题满分15分）

解：（1）因为服从正态分布，所以.

因为，所以，

所以.

因此，进入面试的人数约为159.

（2）由题意可知，的可能取值为

则；



；





.

所以的分布列为：

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  |  |  |  |  |  |  |

所以.

17.（本小题满分15分）

解：（1）因为，

由余弦定理得，所以.

因为，所以，所以.

因为，所以四边形为平行四边形，所以.

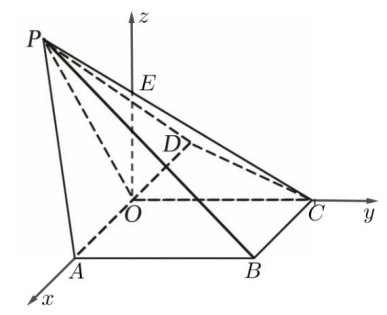
因为，所以，即.

因为平面，所以平面.

因为平面，所以平面平面.

（2）在平面内，过点作，交于.

因为平面平面，平面平面，所以平面.



以为原点，建立如图所示的空间直角坐标系，则.

由（1）可知为二面角的平面角，即，所以，由，可得.

所以.

设平面的一个法向量为，则，即，

令，则，所以平面的一个法向量为.

设直线与平面所成角为，则

所以直线与平面所成角的余弦值为.

18.（本小题满分17分）

解：（1）设动圆圆心，

当时，由已知得，即；

当时，点的轨迹为点，满足.

综上可知，点的轨迹方程为.

（2）设.

由题意得，的中点在抛物线上，即.

又，将代入得，

同理可得，

可知为方程的两根，所以.

所以直线的斜率为0.

（3）由得，

所以，

又因为，

所以.

又因为点在圆上，则，且.

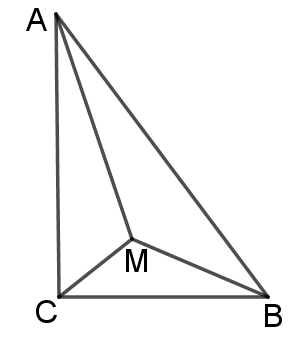
设的面积为，则，

当时，有最大值48.

所以面积的最大值为48.

19.（本小题满分17分）

解：（1）因为，



所以，即，

由正弦定理得：.

所以.

（2）由（1）知，所以的三个角都小于，

因为点为的费马点，所以.

由得：

，

整理得.

又因为，所以，当且仅当时等号成立.

所以，

所以的最大值为.

（3）由（2）知.

设，

由得.

由余弦定理得：







因为，所以，

整理得.

因为，当且仅当时等号成立.

所以，整理得，解得或者（舍去）.

所以实数的最小值为.