**参照秘密级管理★启用前 试卷类型：A**

**2021级高三校际联合考试**

**数学试题2024.04**

**考生注意：**

**1．答题前，考生务必将自己的姓名、考生号等填写在答题卡和试卷指定位置上。**

**2．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案写在答题卡上。写在本试卷上无效。**

**3．考试结束，将试题卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。**

1．已知幂函数图像过点，则函数的解析式为（ ）

A． B． C． D．

2．已知，则“”是“”的（ ）

A．充分不必要条件 B．必要不充分条件 C．充要条件 D．既不充分也不必要条件

3．已知，若，则（ ）

A．1 B．2 C．3 D．4

4．已知，则（ ）

A． B． C． D．

5．已知数列各项均为正数，首项，且数列是以为公差的等差数列，则（ ）

A． B． C．1 D．9

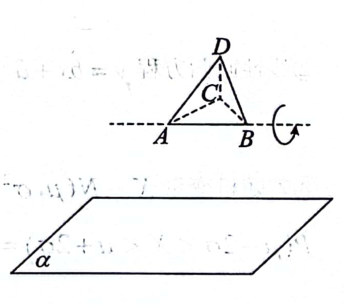
6．已知棱长为1的正方体，以正方体中心为球心的球与正方体的各条棱相切，若点在球的正方体外部（含正方体表面）运动，则的最大值为（ ）

A．2 B． C． D．

7．已知是定义域为的偶函数，，若是偶函数，则（ ）

A． B． C．4 D．6

8．如图，已知四面体的棱平面，且，其余的棱长均为．四面体以所在的直线为轴旋转弧度，且四面体始终在水平放置的平面的上方．如果将四面体在平面内正投影面积看成关于的函数，记为，则函数的最小正周期与取得最小值时平面与平面所成角分别为（ ）



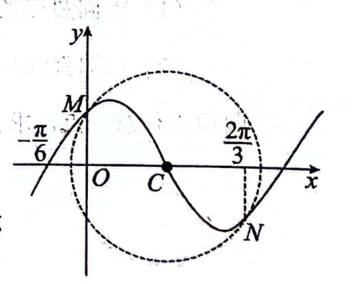
A． B． C． D．

**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分。**

9．同时投掷甲、乙两枚质地均匀的硬币，记“甲正面向上”为事件，“乙正面向上”为事件，“甲、乙至少一枚正面向上”为事件，则下列判断正确的是（ ）

A．与相互独立 B．与互斥 C． D．

10．已知函数的部分图像如图中实线所示，图中圆与的图像交于两点，且在轴上，则下列命题正确的是（ ）



A．函数的最小正周期是

B．函数在．上单调递减．

C．函数的图像向左平移个单位后关于直线对称

D．若圆的半径为，则

11．已知是曲线上不同的两点，为坐标原点，则（ ）

A．的最小值为3

B．

C．若直线与曲线有公共点，则

D．对任意位于轴左侧且不在轴上的点，都存在点，使得曲线在两点处的切线垂直

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分。**

12．设为虚数单位．若集合，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

13．已知轴为函数图像的一条切线，则实数的值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

14．“序列”在通信技术中有着重要应用，该序列中的数取值于或1．设是一个有限“序列”表示把中每个都变为，每个0都变为，每个1都变为0，1，得到新的有序实数组．例如：，则．定义，若中1的个数记为，则的前10项和为\_\_\_\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分。解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤。**

15．（13分）

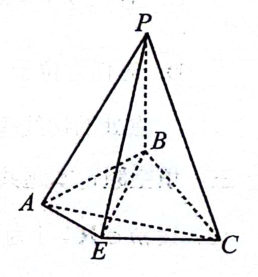
的内角的对边分别为．分别以为边长的正三角形的面积依次为，且．

（1）求角；

（2）若，求．

16．（15分）

在三棱锥中，平面，点在平面内，且满足平面平面．



（1）求证：；

（2）当二面角的余弦值为时，求三棱锥的体积．

17．（15分）

某公司为考核员工，采用某方案对员工进行业务技能测试，并统计分析测试成绩以确定员工绩效等级．

（1）已知该公司甲部门有3名负责人，乙部门有4名负责人，该公司从甲、乙两部门中随机选取3名负责人做测试分析，记负责人来自甲部门的人数为，求的最有可能的取值；

（2）该公司统计了七个部门测试的平均成绩（满分100分）与绩效等级优秀率，如下表所示：

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 32 | 41 | 54 | 68 | 74 | 80 | 92 |
|  | 0.28 | 0.34 | 0.44 | 0.58 | 0.66 | 0.74 | 0.94 |

根据数据绘制散点图，初步判断，选用作为回归方程．令，经计算得．

（ⅰ）已知某部门测试的平均成绩为60，估计其绩效等级优秀率；

（ⅱ）根据统计分析，大致认为各部门测试平均成绩，其中近似为样本平均数近似为样本方差．经计算，求某个部门绩效等级优秀率不低于0.78的概率．

参考公式与数据：①．

②线性回归方程中，．

③若．随机变量，则，

．

18．（17分）

在平面直角坐标系中，已知椭圆的左焦点为，过点且与轴垂直的直线被椭圆截得的线段长为．

（1）求椭圆的标准方程；

（2）已知直线与粗圆相切，与圆相交于两点，设为圆上任意一点，求的面积最大时直线的斜率．

19．（17分）

已知函数．

（1）判断函数在区间上的零点个数，并说明理由；

（2）函数在区间上的所有极值之和为，证明：对于．