**绝密★启用前**

**吉安市2024届高三**

**吉水中学 吉安县立中学 峡江中学**

**永丰中学 井冈山 中学泰和中学**

**六校协作体5月联合考试**

**数学试卷**

**试卷共4页，19小题，满分150分.考试用时120分钟.**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名､准考证号等填写在答题卡指定位置上.**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑.如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号.回答非选择题时，将答案写在答题卡上.写在本试卷上无效.**

**3.考生必须保持答题卡的整洁.考试结束后，请将答题卡交回.**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1.已知是实数，则实数（ ）

A. B.1 C. D.2

2.若，且，则（ ）

A. B. C. D.

3.已知圆与直线有公共点，则整数的值为（ ）

A.-3 B.-1 C.1 D.2

4.已知三棱锥的所有棱长均为6，点分别在棱上，，则四棱锥的体积为（ ）

A. B. C. D.

5.为营造欢乐节日气氛､传承传统习俗，同时又要确保公共安全，某市决定春节期间对烟花爆竹燃放实施“禁改限”，规定可以在农历正月初一到初六及十五在市区两个规定区域燃放烟花爆竹，甲､乙两人各自决定从这7天选1天去中的一个区域燃放烟花爆竹，若甲､乙两人不在同一天去同一个地方，则去的种数为（ ）

A.35 B.84 C.91 D.182

6.若，且，则实数的取值范围是（ ）

A. B. C. D.

7.若，则（ ）

A.-2 B.2 C.-1 D.1

8.已知正项数列的前项和满足，若，记表示不超过的最大整数，则（ ）

A.37 B.38 C.39 D.40

**二､多选题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.比亚迪将在2024年发布第二代刀片电池，能量密度更高，带来更长的续航里程，更耐低温，除此之外还将发布高压平台，实现充电分钟续航500公里.已知在每款新能源电车正式发布前要对每辆车进行续航､抗压等相关系数的测验，现随机抽取将要上市发布的8台新能源电车进行续航系数测评，得到下列一组样本数据：，则（ ）

A.这组数据的众数为1 B.这组数据的极差为3

C.这组数据的平均数为2.5 D.这组数据的分位数为2

10.已知点是椭圆上关于原点对称且不与的顶点重合的两点，的左､右焦点分别为，点为原点，则（ ）

A.的离心率为

B.的值可以为3

C.

D.若的面积为，则

11.已知函数，则（ ）

A.的图象关于点对称

B.的值域为

C.若方程在上有6个不同的实根，则实数的取值范围是

D.若方程在上有6个不同的实根，则的取值范围是

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.设集合，则集合的子集个数为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_..

13.已知的三个内角所对的边分别为，且，则的最小值为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.在以为原点的平面直角坐标系中，和分别为双曲线的左､右焦点，点为右支上一点，且是以为顶点的直角三角形，延长交的左支于点，若点为线段上靠近点的五等分点，则的离心率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15.（13分）已知函数.

（1）当时，求曲线在处的切线方程；

（2）若函数有2个零点，求的取值范围.

16.（15分）2023年10月国家发改委､工信部等部门联合印发了《加快“以竹代塑”发展三年行动计划》，该计划将推动“以竹代塑”高质量发展，助力减少塑料污染，并将带动竹产业新一轮的增长.下表为2019年—2023年中国竹产业产值规模（单位：千亿元），其中2019年—2023年的年份代码依次为.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|  | 2.89 | 3.22 | 3.82 | 4.34 | 5.41 |

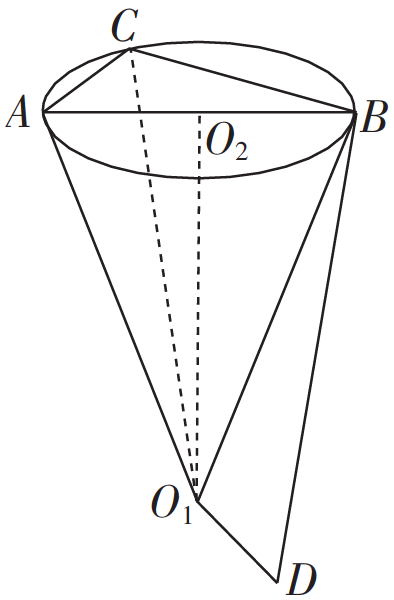
（1）记第年与年中国竹产业产值规模差值的2倍的整数部分分别为，从中任取2个数相乘，记乘积为，求的分布列与期望；

（2）根据以上数据及相关系数，判断能否用线性回归模型拟合中国竹产业产值规模与年份之间的关系.

参考数据：.

相关系数若，则认为与有较强的相关性.

17.（15分）如图，为圆锥的轴截面，点为圆上与不重合的点.



（1）在线段上找一点，使平面平面，并证明你的结论；

（2）若平面，点在平面的两侧，，求平面与平面夹角的余弦值.

18.（17分）已知点是抛物线上不同三点，直线与抛物线相切.

（1）若直线的斜率为2，线段的中点为，求的方程；

（2）若为定值，当变动时，判断是否为定值，若为定值，求出该定值；若不为定值，请说明理由.

19.（17分）初中学过多项式的基本运算法则，其实多项式与方程的根也有密切关联.对一组变量，幂和对称多项式，且；初等对称多项式表示在中选出个变量进行相乘再相加，且.例如：对.已知三次函数有3个零点，且.记，.

（1）证明：；

（2）（i）证明：；

（ii）证明：，且；

（3）若，求.

**吉安市2024届高三**

**吉水中学 吉安县立中学 峡江中学**

**永丰中学 井冈山 中学泰和中学**

**六校协作体5月联合考试**

**数学试卷**

1.【答案】C

【解析】由，结合题意，则，解得.故选C.

2.【答案】D

【解析】两边平方得，所以，解得.故选D.

3.【答案】B

【解析】由题意可知圆的标准方程为，圆心为，半径，所以，得，即，可得，故.故选B.

4.【答案】C

【解析】由，可得，则，取的中点，易知为的中心，则平面，故.故选C.

5.【答案】D

【解析】甲､乙两人不在同一天去同一个地方的种数为.故选D.

6.【答案】A

【解析】由，得，设，则，设，则，当时，单调递增，当时，单调递减，所以，又，所以实数的取值范围是.故选A.

7.【答案】C

【解析】因为，所以，即，所以.故选C.

8.【答案】B

【解析】当时，.当时，由，及得，，所以数列是以为首项､1为公差的等差数列，因此，则.又当时，，对于，.故选B.

9.【答案】AD（每选对1个得3分）

【解析】数据从小到大排列为.对于A，该组数据的众数为1，故A正确；对于，极差为4，故B错误；对于C，平均数为，故C错误；对于D，因为，所以这组数据的分位数为第4个数2，故D正确.故选AD.

10.【答案】ACD（每选对1个得2分）

【解析】椭圆中，，离心率为，A正确；错误；由对称性可得，所以，C正确；不妨设在第一象限，，，则，则，则，故D正确.故选ACD.

11.【答案】BC（每选对1个得3分）

【解析】因为，所以的图象不关于点对称，A错误；当时，，当时，，综上得，B正确；当时，由，得，当时，由，得，所以方程在上的前7个实根分别为，所以，C正确；由得或，所以有4个不同的实根，有2个不同的实根，所以所以，设，则，所以，所以的取值范围是，D错误.故选BC.

12.【答案】4

【解析】由题意可得，故的子集个数为.

13.【答案

【解析】由题意可得，由余弦定理可得.

，因为，所以，所以，所以根据基本不等式，当且仅当，即时等号成立.

14.【答案】

【解析】由点为线段上靠近点的五等分点，不妨设，则，连接.由双曲线的定义可知，.由是以为顶点的直角三角形可知，，则①.在中，②，在中，③，由①②得，所以；由①③得，所以.所以，解得，所以，所以，故.

15.解：（1）当时，，

所以，

所以，因为，

所以曲线在处的切线方程为，

即.

（2），若在上单调递增，不满足题意，

若，令得，

在上单调递减，在上单调递增，

且当和时，，

故，解得，

即的取值范围是.

16.解：（1）由题得，

所以的取值依次为，

，

所以的分布列为

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 0 | 1 | 2 |
|  |  |  |  |

所以.

（2）由题意得，

，

所以，

.

因为与的相关系数大于0.75，说明与的线性相关程度高，可以用线性回归模型拟合与的关系.

17.解：（1）当为的中点时，平面平面，证明如下：

因为为圆的直径，所以，

当点为中点时，，

所以，

在圆锥中，平面，

因为平面，所以，

因为，

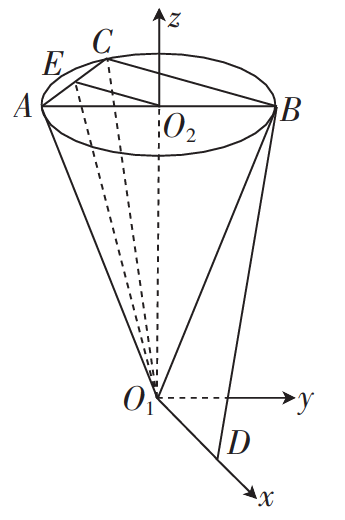
所以平面，

因为平面，

所以平面平面，

所以当点为中点时，平面平面.

（2）以点为原点，直线为轴､过点与平面垂直的直线为轴､直线为轴，建立如图所示的空间直角坐标系，



则，

所以，

设平面的法向量为，则有得

取，得

设平面的法向量为，则有得

取，得

设平面与平面的夹角为，

则，

所以平面与平面的夹角的余弦值为.

18.解：（1）因为直线的斜率为2，线段的中点为，

所以，

所以直线的斜率为，

所以的方程为，

直线方程为，即，

与联立得，

因为直线与相切，

所以，解得，

所以的方程为.

（2）由（1）知，直线斜率存在且为，

设直线在轴上的截距为，则，

整理得

所以直线的方程为，

与联立得，

因为直线与相切，所以，

整理得，

同理可得，

以上两式相减得，

由直线与相切可得，由不重合可得，所以，即为定值0.

19.（1）证明：

，

，



（2）证明：由（1）可知

（i）由①+②+③得.

（ii）①，②，③各乘，得

④+⑤+⑥得，

即.

（3）解：由题可知，

，



，由，

得，

解得，

由（2）（ii）得，

解得

，

解得，

即.