**常州市第一中学2023-2024学年第二学期6月阶段检测**



**高二年级数学试卷**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上．**

1. 设集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

1. 已知，，且，则（　　）

A．， B．，

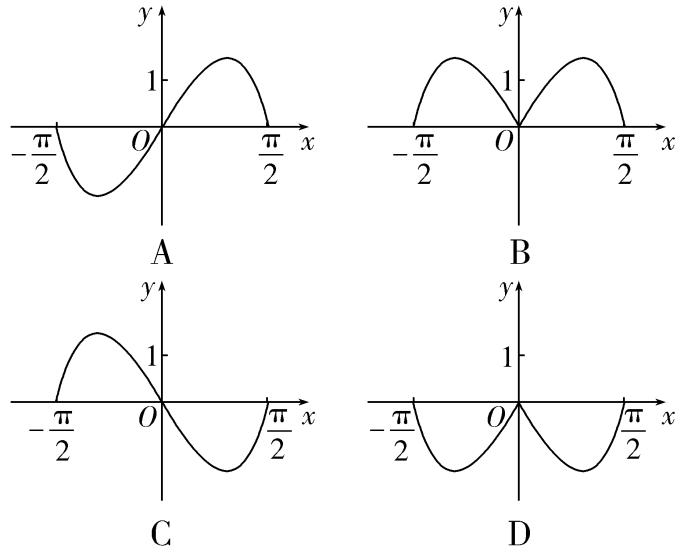
C．， D．，

3.设，且，则的（    ）

A．最小值为-3 B．最小值为3

C．最大值为-3 D．最大值为3

4.函数在区间的图象大致为(　　)



5.设随机变量*ξ* ~ *N*(*μ*，4)，函数*f*(*x*)＝*x*2＋2*x*－*ξ*没有零点的概率是0.5，则*P*(1＜*ξ*≤3)＝（    ）附：随机变量*ξ*服从正态分布*N*(*μ*，*σ*2)，*P*(*μ*－*σ*＜*ξ*＜*μ*＋*σ*)＝0.6827，*P*(*μ*－2*σ*＜*ξ*＜*μ*＋2*σ*)＝0.9545．

A．0.1587 B．0.1359 C．0.2718 D．0.3413

1. 若过点可以作曲线的两条切线，则（    ）

A． B．

C． D．

1. 泊松分布是统计学里常见的离散型概率分布，由法国数学家泊松首次提出．泊松分布的概率分布列为*P*(*X*＝*k*)＝e(*k*＝0，1，2，…)，其中e为自然对数的底数，*λ*是泊松分布的均值．已知某种商品每周销售的件数相互独立，且服从参数为*λ*(*λ*＞0)的泊松分布．若每周销售1件该商品与每周销售2件该商品的概率相等，则两周共销售2件该商品的概率为（    ）

A． B． C． D．

1. 已知函数的定义域为，且满足，的导函数为，函数为奇函数，则=（ ）

A．-3 B．3 C．-1 D．1

**二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分，请把答案填涂在答题卡相应位置上．**

9.下列说法正确的是 （  ）

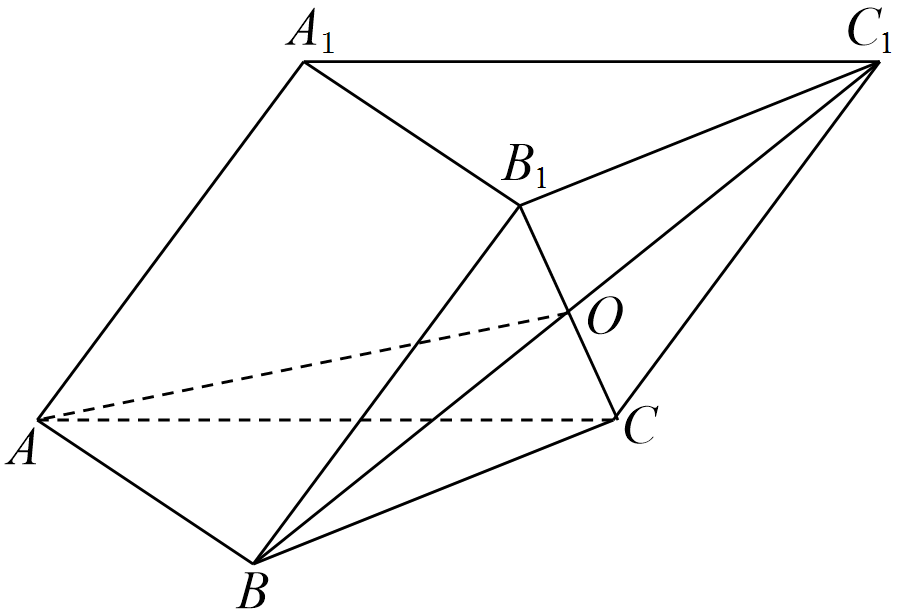
A．“*x*>2”是“<”的充分不必要条件

B．命题“” 的否定是

C．已知幂函数的图象过点，则=

D．已知随机变量服从两点分布，且，，令，则

1. 如图，已知斜三棱柱中，，，，，，点是与的交点.下列选项中正确的有(   )



A． B．

C．直线与所成的角的余弦值为

D．平面与平面不垂直

11.在一个有限样本空间中，假设，且*A*与*B*相互独立，*A*与*C*互斥，则（    ）

A． B．

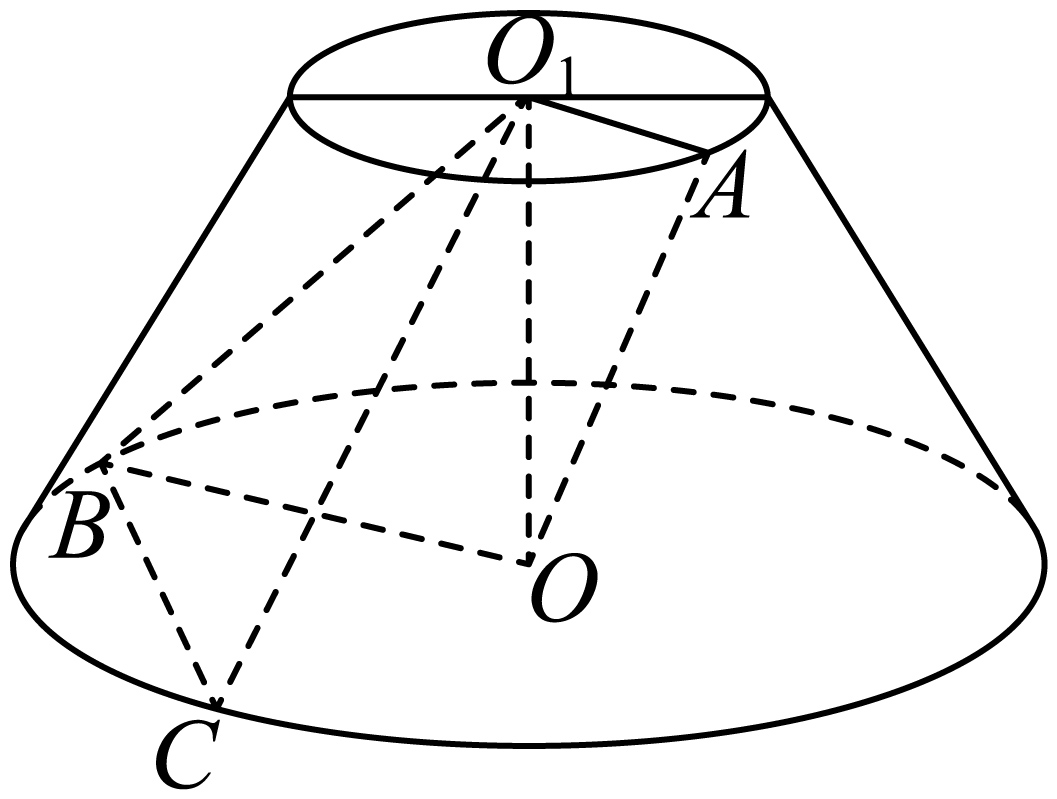
C． D．若，则

1. **填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12.某保险公司将其公司的被保险人分为三类：“谨慎的”“一般的”“冒失的”．统计资料表明，这三类人在一年内发生事故的概率依次为0.05,0.15,0.30.若该保险公司的被保险人中“谨慎的”被保险人占20%，“一般的”被保险人占50%，“冒失的”被保险人占30%，则该保险公司的一个被保险人在一年内发生事故的概率是 ．

13.若不等式＋≥在*x*∈(，2)上恒成立，则实数的取值范围为 ．

14.如图，已知点是圆台的上底面圆上的动点，在下底面圆上，，则直线与平面所成角的正弦值的最大值为 ．



1. **解答题：本题共5小题，共77分．解答过程写出文字说明、证明过程或者演算过程．**
2. 已知集合，．

（1）命题*p*：，命题*q*：，且*p*是*q*的必要不充分条件，求实数*m*的取值范围；

（2）函数的定义域为，若，求实数的取值范围。



1. 设函数
2. 若函数是奇函数，求与的值；
3. 在（1）的条件下，判断并证明函数的单调性，并求不等式的解集．
4. 如图，三棱柱中，，，，，.



（1）求证：平面；

（2）直线与平面所成角的正弦值为，求二面角的余弦值.

18.在某数字通信中，信号的传输包含发送与接收两个环节．每次信号只发送0和1中的某个数字，由于随机因素干扰，接收到的信号数字有可能出现错误，已知发送信号0时，接收为0和1的概率分别为，；发送信号1时，接收为1和0的概率分别为．假设每次信号的传输相互独立．

(1)当连续三次发送信号均为0时，设其相应三次接收到的信号数字均相同的概率为，求的最小值；

(2)当连续四次发送信号均为1时，设其相应四次接收到的信号数字依次为，记其中连续出现相同数字的次数的最大值为随机变量（中任意相邻的数字均不相同时，令），若，求的分布列和数学期望．

1. 已知函数，．

（1）若函数依次在处取到极值．

①求的取值范围； ②若，求的值．

（2）若存在实数，使对任意的，不等式 恒成立．求正整数 的最大值．

**常州市第一中学2023-2024学年第二学期6月阶段检测**



**高二数学答案与解析**

**一、单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的，请把答案填涂在答题卡相应位置上．**

1. 设集合，，则（ ）



A. B. C. D. 



【答案】B

1. 已知，，且，则（　　）



A．， B．，



C．， D．，



【答案】B

【分析】利用向量平行的充要条件列出关于*x*、*y*的方程组，解之即可求得*x*、*y*的值.

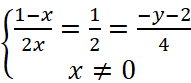
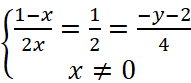
【详解】因为，，



所以，



由，可得，解之得



故选：B

3.设，且，则的（    ）



A．最小值为-3 B．最小值为3

C．最大值为-3 D．最大值为3

【答案】C

【分析】由已知结合基本不等式先求的范围，然后结合对数的运算性质即可求解.



【详解】因为，且，



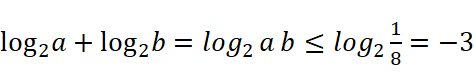
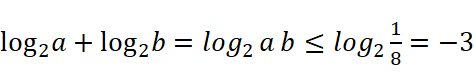
所以，即，



当且仅当时取等号，



所以，

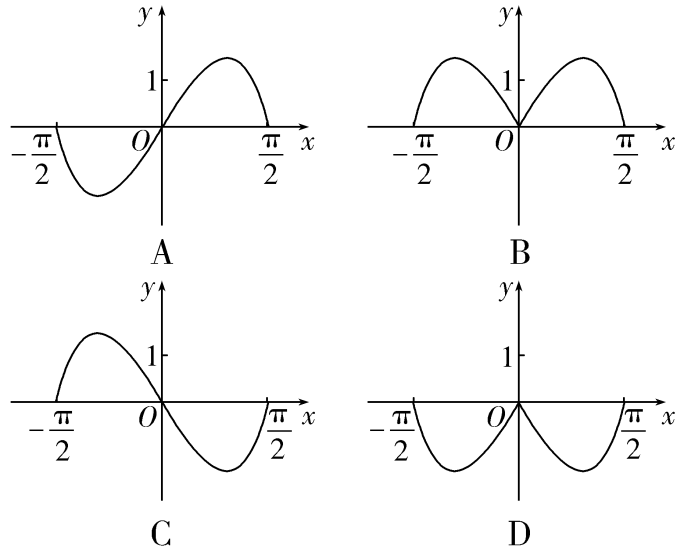


即.



故选：C.

4.函数在区间的图象大致为(　　)



答案　A

5.设随机变量*ξ* ~ *N*(*μ*，4)，函数*f*(*x*)＝*x*2＋2*x*－*ξ*没有零点的概率是0.5，则*P*(1＜*ξ*≤3)＝（    ）附：随机变量*ξ*服从正态分布*N*(*μ*，*σ*2)，*P*(*μ*－*σ*＜*ξ*＜*μ*＋*σ*)＝0.6827，*P*(*μ*－2*σ*＜*ξ*＜*μ*＋2*σ*)＝0.9545．

A．0.1587 B．0.1359 C．0.2718 D．0.3413

【答案】B

1. 若过点可以作曲线的两条切线，则（    ）



A． B．



C． D．



【答案】B

【分析】设切点点，写出切线方程，将点代入切线方程得，此方程有两个不同的解，利用导数求*b*的范围.



【详解】在曲线上任取一点， ，



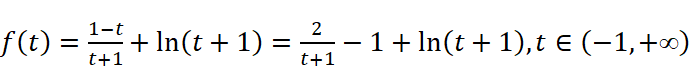
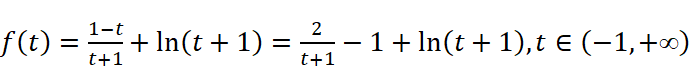
所以曲线在点处的切线方程为.



由题意可知，点在直线上，可得，



令函数，



令



1. 泊松分布是统计学里常见的离散型概率分布，由法国数学家泊松首次提出．泊松分布的概率分布列为*P*(*X*＝*k*)＝e(*k*＝0，1，2，…)，其中e为自然对数的底数，*λ*是泊松分布的均值．已知某种商品每周销售的件数相互独立，且服从参数为*λ*(*λ*＞0)的泊松分布．若每周销售1件该商品与每周销售2件该商品的概率相等，则两周共销售2件该商品的概率为（    ）

A． B． C． D．

【答案】D

【解析】由题意可知，*P*(*X*＝1)＝*P*(*X*＝2)，即e＝e，解得*λ*＝2，所以*P*(*X*＝*k*)＝e，所以两周共销售2件该商品的概率2*P*(*X*＝0)⋅*P*(*X*＝2)＋*P*(*X*＝1)⋅*P*(*X*＝1)＝2e⋅e＋e⋅e＝，故答案选D．

1. 已知函数的定义域为，且满足，的导函数为，函数为奇函数，则 =（ ） B



A．-3 B．3 C．-1 D．1

**二、多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分，在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分，请把答案填涂在答题卡相应位置上．**

9.下列说法正确的是 （  ）

A．“*x*>2”是“<”的充分不必要条件

B．命题“” 的否定是



C．已知幂函数的图象过点，则 =

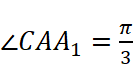
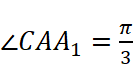
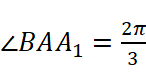
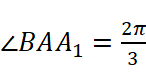
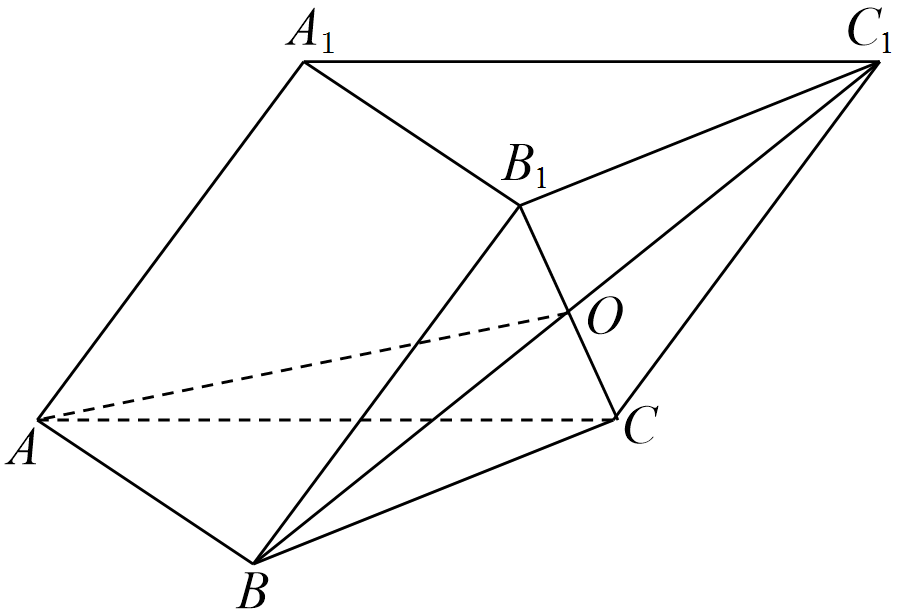


D．已知随机变量服从两点分布，且，，令，则

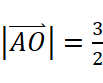
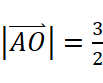
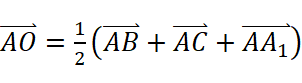
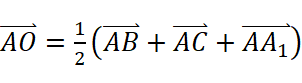


【答案】ACD

1. 如图，已知斜三棱柱中，，，，，，点是与的交点.下列选项中正确的有( AC  )



A． B．



C．直线与所成的角的余弦值为



D．平面与平面不垂直



11.在一个有限样本空间中，假设，且*A*与*B*相互独立，*A*与*C*互斥，则（    ）



A． B．



C． D．若，则

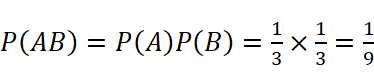
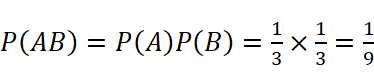


【答案】BCD

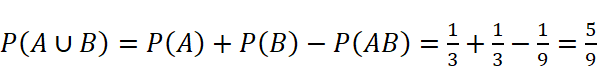
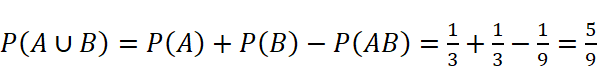
【分析】*A*与*B*相互独立，则,又因为可判断A选项；由条件概率的运算 判断B选项 ；因为*A*与*C*互斥，即*A*发生则*C*一定不发生，故可判断C选项；，即*B*与*C*互斥判断D.



【详解】对于A，*A*与*B*相互独立，则,

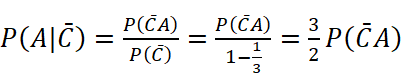
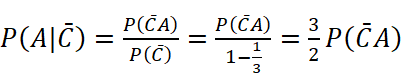
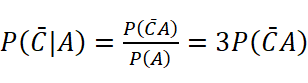
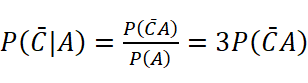


，A错误；



对于B，因为*A*与*C*互斥，所以,所以

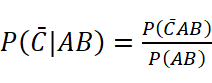
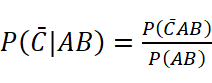
,,



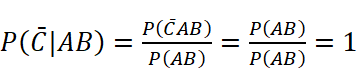
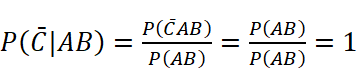
所以,B正确；



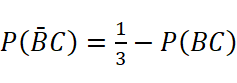
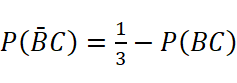
对于C，,因为*A*与*C*互斥，即*A*发生则*C*一定不发生，



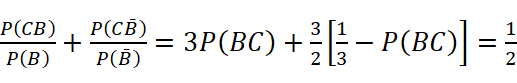
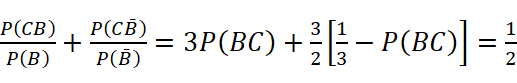
所以,所以，C正确；



对于D，显然，即，



由，得，



解得，所以*B*与*C*互斥，D正确.



故选：BCD.

1. **填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

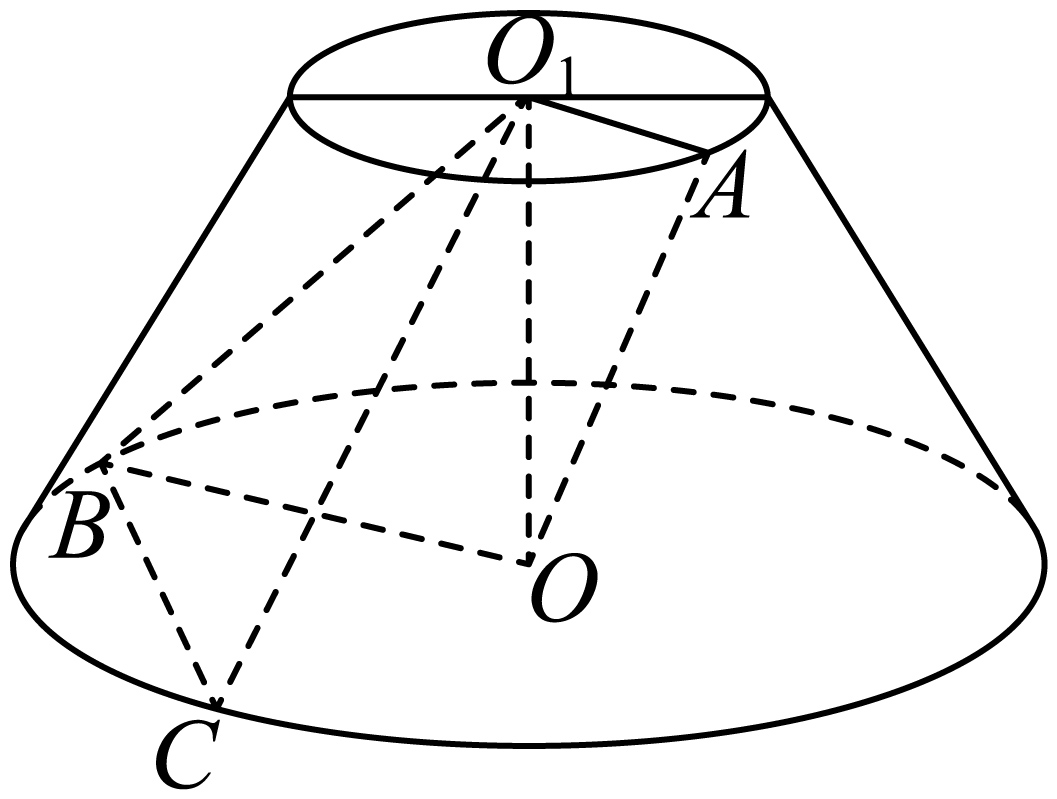
12.某保险公司将其公司的被保险人分为三类：“谨慎的”“一般的”“冒失的”．统计资料表明，这三类人在一年内发生事故的概率依次为0.05,0.15,0.30.若该保险公司的被保险人中“谨慎的”被保险人占20%，“一般的”被保险人占50%，“冒失的”被保险人占30%，则该保险公司的一个被保险人在一年内发生事故的概率是 0.175 ．

解：设事件*B*1表示“被保险人是‘谨慎的’”，事件*B*2表示“被保险人是‘一般的’”，事件*B*3表示“被保险人是‘冒失的’”，则*P*(*B*1)＝20%，*P*(*B*2)＝50%，*P*(*B*3)＝30%.设事件*A*表示“被保险人在一年内发生事故”，则*P*(*A*|*B*1)＝0.05，*P*(*A*|*B*2)＝0.15，*P*(*A*|*B*3)＝0.30.由全概率公式，得*P*(*A*)＝(*Bi*)*P*(*A*|*Bi*)＝0.05×20%＋0.15×50%＋0.30×30%＝0.175.

13.若不等式＋≥在*x*∈(，2)上恒成立，则实数的取值范围为 ．



14.如图，已知点是圆台的上底面圆上的动点，在下底面圆上，，则直线与平面所成角的正弦值的最大值为 ．



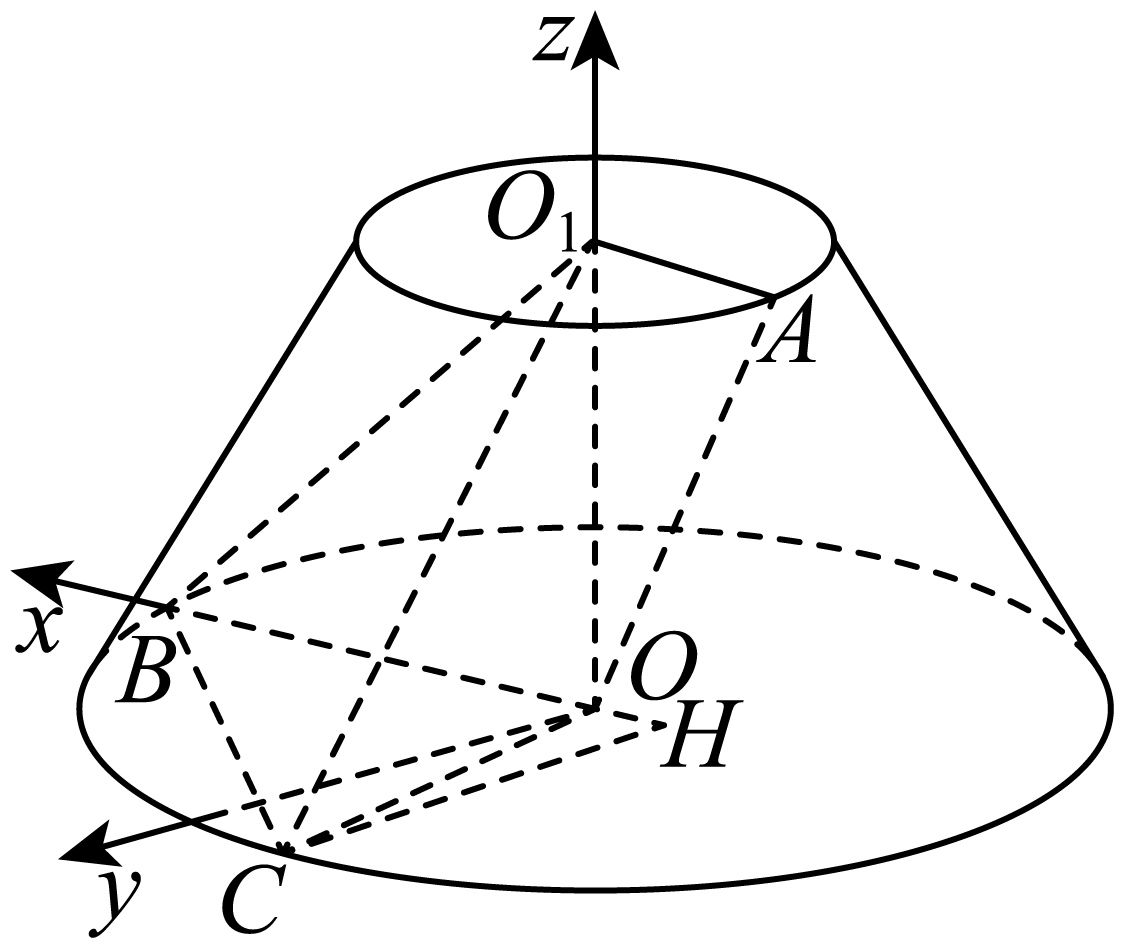
【答案】



【分析】以为坐标原点，建立空间直角坐标系，求得对应点的坐标，设出未知点的坐标，利用向量法求线面角正弦值的最大值，再求余弦值的最小值即可.



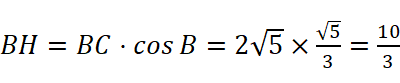
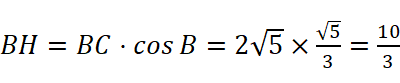
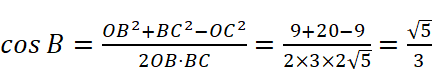
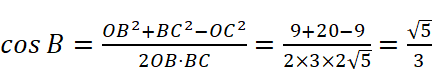
【详解】连接，过作垂直于的延长线于点，以为坐标原点，建立空间直角坐标系如下所示：



在三角形中，因为，



故，则，



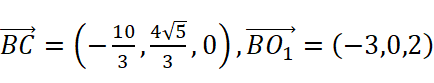
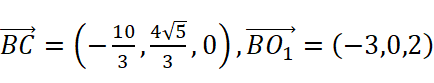
则，，故点；



又，设点，由，则可得；



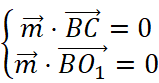
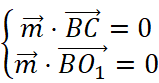
，



设平面的法向量，



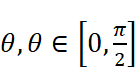
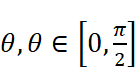
则，即，取，则，



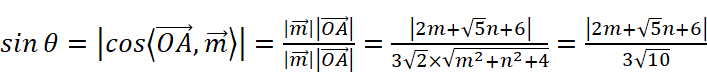
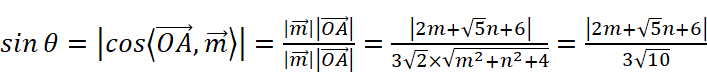
故平面的法向量，又，



设直线与平面所成角为，



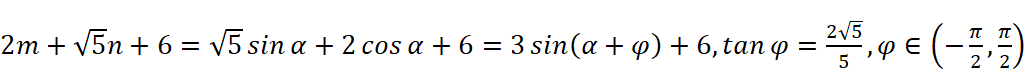
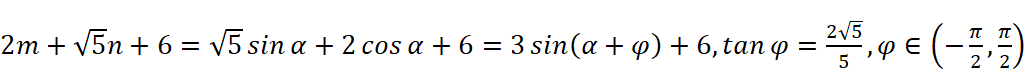
则



因为，且，故令，



则



又，故，，也即，



故的最大值为



1. **解答题：本题共5小题，共77分．解答过程写出文字说明、证明过程或者演算过程．**
2. 已知集合，．



（1）命题*p*：，命题*q*：，且*p*是*q*的必要不充分条件，求实数*m*的取值范围；



（2）函数的定义域为，若，求实数的取值范围。



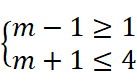
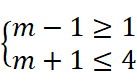
【详解】（1）解不等式，即，解得，



所以，．



由于*p*是*q*的必要非充分条件，则是的真子集，所以，解得，



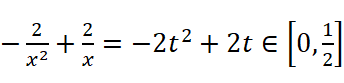
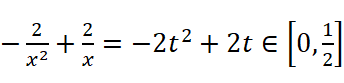
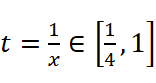
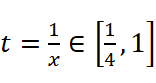
因此，实数的取值范围是； ┄ ┄ 6分



（2）因为，在内有有解



令，则，所以 ┄ ┄ 13分



1. 设函数



1. 若函数是奇函数，求与的值；



1. 在（1）的条件下，判断并证明函数的单调性，并求不等式的解集．



解析： （1）由函数是奇函数，得，



即对定义域内任意实数都成立，化简整理得



，它对定义域内任意实数都成立，



所以所以或



经检验符合题意． ………………………7分



（3）由（2）可知由



易判断为上的减函数。证明略（定义法或导数法）



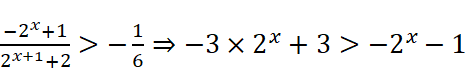
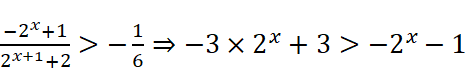
由，不等式即为，由为上的减函数



可得



或者由即，



所以所以 ………………………15分



1. 如图，三棱柱中，，，，，.



（1）求证：平面；



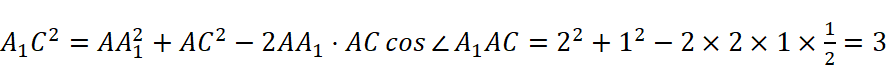
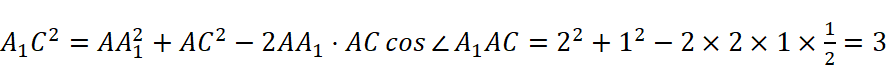
（2）直线与平面所成角的正弦值为，求二面角的余弦值.



（1）证明：在中，，，，



由余弦定理可得，



，，



又，，平面； ……………… 5分



（2）由（1）知：、、两两垂直，



以为原点，、、所在直线分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，



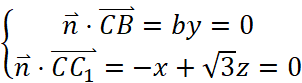
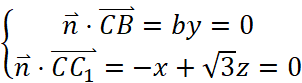
则、、，设点，其中，



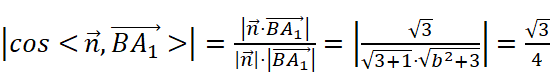
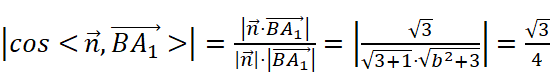
设平面法向量为，，，



，取，则，，得，



，由已知，



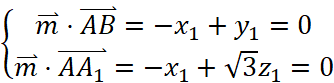
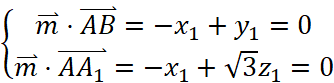
解得：，可得点，



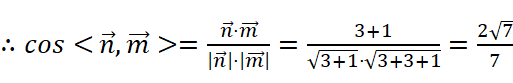
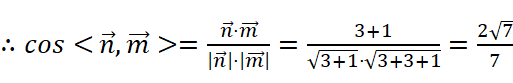
设为平面的法向量，，



由，取，则，，可得，



，



由图可知，二面角为锐角，所以，二面角的余弦值为.



………………………15分

18.在某数字通信中，信号的传输包含发送与接收两个环节．每次信号只发送0和1中的某个数字，由于随机因素干扰，接收到的信号数字有可能出现错误，已知发送信号0时，接收为0和1的概率分别为，；发送信号1时，接收为1和0的概率分别为．假设每次信号的传输相互独立．



(1)当连续三次发送信号均为0时，设其相应三次接收到的信号数字均相同的概率为，求的最小值；



(2)当连续四次发送信号均为1时，设其相应四次接收到的信号数字依次为，记其中连续出现相同数字的次数的最大值为随机变量（中任意相邻的数字均不相同时，令），若，求的分布列和数学期望．



【答案】(1)



(2)分布列见解析；期望为



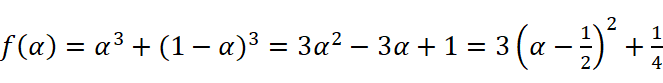
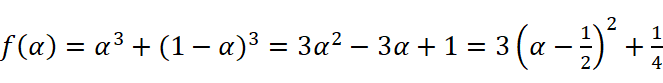
【分析】（1）由独立乘法、互斥加法得函数表达式，进一步即可求解最小值；



（2）的可能取值为1，2，3，4．有独立乘法、互斥加法公式求出对应的概率，进而得分布列以及数学期望.



【详解】（1）由题可知，



因为，所以当时，的最小值为． …………5分



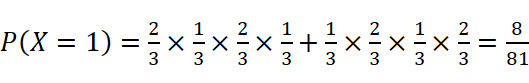
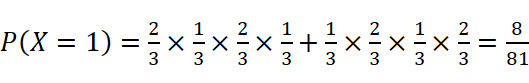
（2）由题设知，的可能取值为1，2，3，4．



①当时，相应四次接收到的信号数字依次为0101或1010．



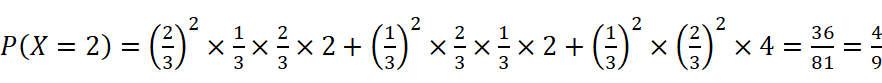
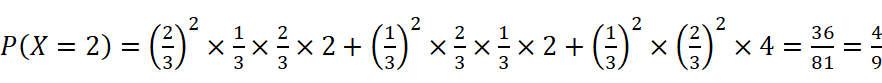
因此，，



②当时，相应四次接收到的信号数字依次为0010，或0100，或1101，或1011，或1001，或0110，或1100，或0011．



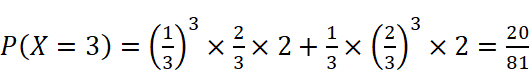
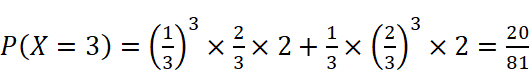
因此，，



③当时，相应四次接收到的信号数字依次为1110，或0111，或0001，或1000．



因此，，



④当时，相应四次接收到的信号数字依次为0000，或1111．



因此，．

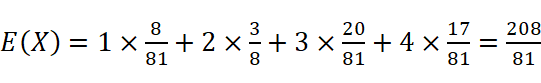
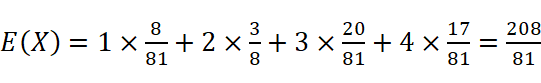


所以的分布列为



|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 |
|  |  |  |  |  |

的数学期望．



答：的数学期望为 …………17分



1. 已知函数，．



（1）若函数依次在处取到极值．



①求的取值范围； ②若，求的值．



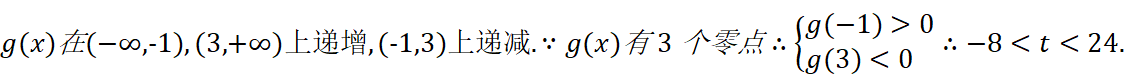
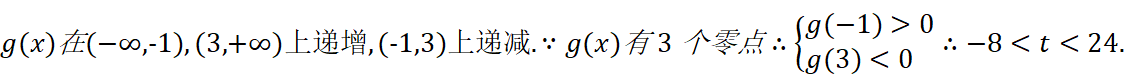
（2）若存在实数，使对任意的，不等式 恒成立．求正整数 的最大值．



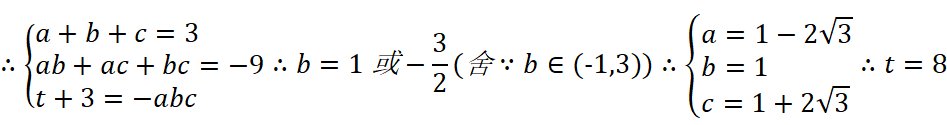
解：（1）①



…………5分



②



…………10分

（2）不等式 ，即，即．



转化为存在实数，使对任意的，不等式恒成立．



即不等式在上恒成立．



即不等式在上恒成立．



设，则．



设，则，因为，有．



故在区间上是减函数．



又



故存在，使得．



当时，有，当时，有．



从而在区间上递增，在区间上递减．



又



所以当时，恒有；当时，恒有；



故使命题成立的正整数的最大值为5． …………17分

