**2024/2025学年度第一学期**

**联盟校第一次学情调研检测高三年级数学试题**

**（总分150分 考试时间120分钟）**

**注意事项：**

**1.本试卷中所有试题必须作答在答题纸上规定的位置，否则不给分.**

**2.答题前，务必将自己的姓名､准考证号用0.5毫米黑色墨水签字笔填写在试卷及答题纸上.**

**3.作答非选择题时必须用黑色字迹0.5毫米签字笔书写在答题纸的指定位置上，作答选择题必须用2B铅笔在答题纸上将对应题目的选项涂黑．如需改动，请用橡皮擦干净后，再选涂其它答案，请保持答题纸清洁，不折叠､不破损.**

**一､选择题（本题共8小题，每小题5分，共40分，在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的）**

1. 已知集合，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由解一元二次不等式解出集合，再由交集的运算求出最后结果即可.

【详解】由题意可得，，则.

故选：B.

2. 半径为2的圆上长度为4的圆弧所对的圆心角是（ ）

A. 1 B. 2 C. 4 D. 8

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，结合扇形的弧长公式，即可求解.

【详解】设圆弧所对的圆心角为，因为半径为2的圆上圆弧长度为4，可得，所以.

故选：B.

3. 已知，，则（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】A、B、C选项可用赋值法判断正误，D选项根据指数与对数计算法则判断.

【详解】设则

，A错误；

，B错误；

，C错误；

，D正确.

故选：D.

4. 若正数满足，则的最小值是（ ）

A.  B.  C.  D. 2

【答案】A

【解析】

【分析】根据题意可得，利用基本不等式求解.

【详解】由可得，

，

当且仅当，即时，等号成立，此时符合题意.

所以的最小值为.

故选：A.

5. 已知，，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】先应用同角三角函数公式切化弦，再应用两角和与差的正弦公式计算即可.

【详解】由，得，所以，

又，

所以，，

所以．

故选：D.

6. 若函数是在上的减函数，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】分段函数在R上递减，需要满足在每一段上均单调递减，且分段处，左端点函数值大于等于右端点函数值, 一次函数以及对数函数的性质得到关于a的不等式组，解出即可．.

【详解】由题意知是在上的减函数，

所以，解之可得，

则的取值范围是.

故选：A

7. 已知函数在内有且仅有3个零点，则的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】

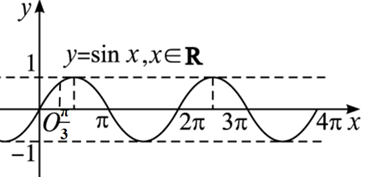
利用两角和正弦公式和辅助角公式将函数整理为，由，得，结合正弦函数的图像求得的范围，从而求得的范围.

【详解】



当时，

在有且仅有3个零点，结合正弦函数图像可知，





解得：

故选：A.

【点睛】本题考查函数的零点问题，解答本题关键是先利用三角恒等变换公式将三角函数整理为形式，再利用数形结合思想求解，考查学生的数形结合与计算能力，属于中档题.

8. 已知.设甲：，乙：，则（ ）

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

【答案】A

【解析】

【分析】利用构造函数法，结合导数以及充分和必要条件等知识确定正确答案.

【详解】依题意，，

对于甲：，即，

设，

所以在上单调递增，故.

对于乙：，两边取以为底的对数得，

由于，所以，则，

设，

所以在区间上单调递增，

在区间上单调递减，

所以由，即，若或，则，

若不在的同一单调区间，则，

所以甲是乙的充分条件但不是必要条件.

故选：A

**二､多选题（本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分）**

9. 下列导数运算正确的是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】ACD

【解析】

【分析】根据求导公式、运算法则和简单复合函数的求导依次计算，即可求解.

【详解】A：，故A正确；

B：，故B错误；

C：，故C正确；

D：，故D正确.

故选：ACD

10. 已知函数，将函数的图象向左平移个单位长度，然后纵坐标不变，横坐标伸长为原来的2倍，得到函数的图象，则下列描述中正确的是（ ）．

A. 函数的图象关于点成中心对称

B. 函数的最小正周期为2

C. 函数单调增区间为，

D. 函数图象没有对称轴

【答案】ABD

【解析】

【分析】根据图象的平移变换可得，根据正切函数的对称中心可求A，根据周期公式可求B，利用正切函数的单调性可求C，根据正切函数不是轴对称图形可求D.

【详解】将函数的图象向左平移个单位长度可得函数，

然后纵坐标不变，横坐标伸长为原来的2倍，得到函数，

令解得，当时，

所以函数的图象关于点成中心对称，A正确；

函数的最小正周期为，B正确；

令解得，

所以函数单调增区间为，，C错误；

正切函数不是轴对称图形，D正确，

故选:ABD.

11. 已知实数*a*，*b*是方程的两个根，且，，则（ ）

A. *ab*的最小值为9 B. 的最小值为18

C. 的最小值为 D. 的最小值为12

【答案】ABC

【解析】

【分析】利用韦达定理求出的范围，然后可得关系，然后结合基本不等式逐项判断即可．

【详解】因为实数*a*，*b*是方程的两个根，

所以，所以或，

由根与系数的关系得，，，

又，，所以，且，综上得．

消去*k*，得，

由基本不等式得，即，

令，则，解得或（舍去），

当时，，解得，当时，*ab*的最小值为9，故A正确；

因为，当时取等号，的最小值为18，故B正确；

，

当，即，时取等号，

所以的最小值为，故C正确；

因为，所以，

，

当，即，时等号成立，此时的最小值为13，故D错误．

故选：ABC

**三､填空题（本题共3小题，每小题5分，共15分）**

12. 命题“”的否定为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据全称量词命题的否定为存在量词命题即可求解.

【详解】由命题否定的定义，可知命题“”的否定是“”.

故答案为：，.

13. 若过点的直线是曲线和曲线的公切线，则\_\_\_\_\_\_\_\_．

【答案】

【解析】

【分析】设该公切线在的切点为，借助导数的几何意义可得切线，再与曲线切于，计算即可得解.

【详解】设直线与曲线的切点为，

由，得切线方程为，又，

所以，将点代入，有，

解得（负值舍去），所以切线方程为，

设切线与曲线的切点为，

又，所以，，，

消去、，得，

令，，

当且仅当时，等号成立，

即函数在上单调递增，又，

所以方程的实数解为，

故有，解得.

故答案为：.

14. 已知函数为定义在上的奇函数，则\_\_\_\_\_\_．

【答案】4051

【解析】

【分析】由已知可得函数关于中心对称，然后利用中心对称的性质求解即可.

【详解】因为函数为定义在**R**上的奇函数，则,

且函数关于中心对称，所以,



．

故答案为：4051

**四､解答题（本题共5小题，共77分，解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤）**

15. 已知函数．

（1）求的最小正周期；

（2）当时，求的最小值以及取得最小值时的集合．

【答案】（1），（2），时

【解析】

【分析】（1）先利用同角平方关系及二倍角公式，辅助角公式进行化简，即可求解；

（2）由的范围先求出的范围，结合余弦函数的性质即可求解．

【详解】解：（1），

，

，

，

故的最小正周期；

（2）由可得，，

当得即时，函数取得最小值．所以，时

16. 已知定义在上的奇函数，其中.

（1）求函数的值域；

（2）解不等式：.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）利用奇函数的定义可得的值，再利用指数函数的性质即可得其值域；

（2）原不等式可化为，借助换元法计算可得的取值范围，再利用指数函数的性质计算即可得解.

【小问1详解】

为定义在上的奇函数，

，，

当时，，符合题意，

，

，，

，

的值域为；

【小问2详解】

由（1）有，

原不等式可化为，

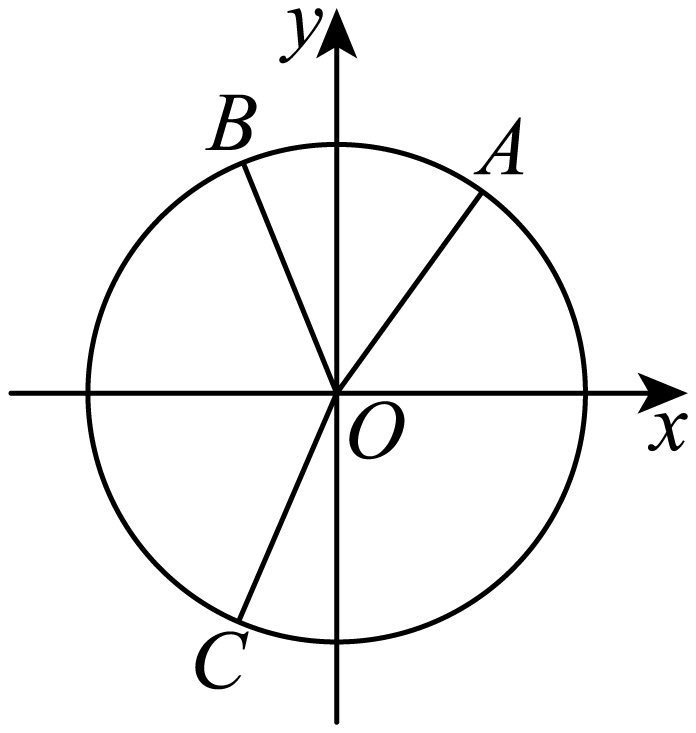
令，则，

，即，

，，

不等式的解集为.

17. 如图所示，在平面直角坐标系*xOy*中，角和角的顶点与坐标原点重合，始边与*x*轴的非负半轴重合，终边分别与单位圆交于点*A*、*B*两点，点*A*的横坐标为，点*C*与点*B*关于*x*轴对称．



（1）求的值；

（2）若，求的值．

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）根据三角函数的定义以及同角三角函数的基本关系、二倍角公式可求解；

（2）根据三角函数的定义及两角差的余弦公式，可求解.

【小问1详解】

因为点的横坐标为，且，点在第一象限，所以点纵坐标为，

所以，

所以.

【小问2详解】

因为，由图可知：.

而，

故（）（），

所以.

【点睛】思路点睛：本题考查三角函数的求值问题，利用三角函数的定义，同角三角函数的基本关系，二倍角公式，还有两角差的余弦公式可求解.属于中档题目.

18. 已知函数.

（1）求单调区间；

（2）当时，，求实数的取值范围；

【答案】（1）单调递增区间为，单调递减区间为

（2）

【解析】

【分析】（1）解不等式和，即可得出函数的单调区间；

（2）设，一方面， 由题意取，解得；令一方面，当时，利用讨论的单调性可得，即可求解.

【小问1详解】

由题意可知：的定义域为，且

令，解得；令，解得；

所以的单调递减区间为，单调递增区间为.

【小问2详解】

设，

当时，，即对任意恒成立，

取，解得；

若，则，

设，则，

可知在上单调递增，则，此时，符合题意；

综上所述：实数的取值范围为.

19. 设集合*A*为非空数集，定义.

（1）若集合，直接写出集合及；

（2）若集合且，求证；

（3）若集合且，求*A*中元素个数的最大值.

【答案】（1）， （2）证明见解析 （3）1350

【解析】

【分析】（1）根据新定义直接求解即可；

（2）由题意可得且，即可证明；

（3）由新定义可得、，由题意和容斥原理得，最小的元素为0，最大的元素为，则，求出的范围，设且，求出的最小值即可.

【小问1详解】

由，

，故

，故.

【小问2详解】

由于集合且，

所以中也只包含四个元素，即

剩下的，所以；

【小问3详解】

设满足题意，其中，

，

所以，，所以，

因为，由容斥原理，

中最小的元素为0，最大的元素为，

所以，则，所以，

当时满足题意，证明如下：

设且，则，

，

依题意有，故的最小值为675，

于是当时*A*中元素最多，即时满足题意，

综上所述，集合*A*中元素的个数的最大值是1350.

【点睛】关键点点睛：第三问，由题意推得为关键，再研究集合元素最多时元素个数.