**湖南师大附中2024-2025学年度高二第一学期期中考试**

**数学**

**时量：120分钟 满分：150分**

**得分：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

**一､选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的.**

1. 已知双曲线的一条渐近线方程为，则（ ）

A. 1 B. 2 C. 8 D. 16

【答案】A

【解析】

【分析】利用双曲线方程先含参表示渐近线方程，再待定系数计算即可.

【详解】依题意，得，

令，即的渐近线方程为，

所以.

故选：A

2. 已知直线*l1：mx*－*2y*＋1＝0，l2：*x－(m－*1*)y－*1＝0，则“*m*＝2”是“*l1*平行于*l2*”的(　　)

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】利用两直线平行的等价条件求得*m*，再结合充分必要条件进行判断即可.

【详解】由直线*l1*平行于*l2*得－*m*(*m*－1)＝1×(－2)，得*m*＝2或*m*＝－1，经验证，当*m*＝－1时，直线*l1*与*l2*重合，舍去，所以“*m*＝2”是“*l1*平行于*l2*”的充要条件，

故选C.

【点睛】本题考查两直线平行的条件，准确计算是关键，注意充分必要条件的判断是基础题

3. 记等差数列的前项和为，则（ ）

A. 120 B. 140 C. 160 D. 180

【答案】C

【解析】

【分析】利用下标和性质先求出的值，然后根据前项和公式结合下标和性质求解出的值.

【详解】因为，所以，所以，

所以，

故选：C.

4. 已知数列的通项，若是递增数列，则实数的取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】根据题意，列出不等式组求解即可.

【详解】解：由已知得，即，解得.

故选：B.

5. 已知直线，从点射出的光线经直线反射后经过点，则光线从到的路程为（ ）

A. 2 B. 3 C. 5 D. 6

【答案】C

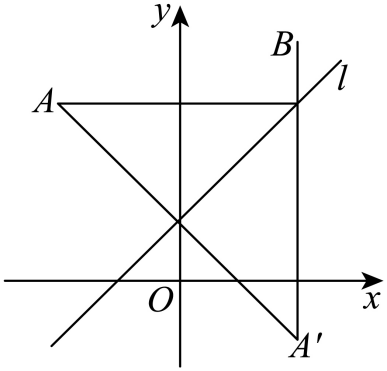
【解析】

【分析】求出关于直线的对称点的坐标，再求得的长即得．

【详解】设点关于直线的对称点为，则有解得，

因为光线从到的路程即的长，而.所以光线从到的路程为5.

故选：C．



6. 已知两圆*C*1：（*x*-4）2+*y*2=169，*C*2：（*x*+4）2+*y*2=9.动圆*M*在圆*C*1内部且和圆*C*1相内切，和圆*C*2相外切，则动圆圆心*M*的轨迹方程是（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由两圆外切和内切，得出圆心距与两圆半径和差的关系，设出动圆的半径，消去，再由圆锥曲线的定义，可得动圆的圆心的轨迹，进一步求出其方程.

【详解】设动圆的圆心，半径为

圆与圆:内切，与*C*2：外切.

所以.



由椭圆的定义，的轨迹是以为焦点，长轴为16的椭圆.

则，所以

动圆的圆心的轨迹方程为：

故选：D

【点睛】本题考查两圆的位置关系以及判断方法和动点的轨迹方程，椭圆的定义，属于中档题.

7. 设直线与圆相交于两点，且的面积为8，则（ ）

A.  B.  C. 1 D. 

【答案】C

【解析】

【分析】利用三角形面积公式可得，由圆心到直线的距离，再利用点线距公式建立方程，解之即可.

【详解】由三角形的面积公式可得，

得，由，得，

所以为等腰直角三角形，

所以圆心到直线的距离为，

由点到直线的距离公式得，解得.

故选：C

8. 设，是双曲线的左，右焦点，是坐标原点，过点作的一条渐近线的垂线，垂足为．若，则的离心率为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】

设过点作的垂线，其方程为，联立方程，求得，，即，由，列出相应方程，求出离心率.

【详解】解：不妨设过点作的垂线，其方程为，

由解得，，即，

由，所以有，

化简得，所以离心率．

故选：B.

【点睛】本题主要考查双曲线的概念、直线与直线的位置关系等基础知识，考查运算求解、推理论证能力，属于中档题．

**二､多选题：本大题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9. 数列0，1，0，，0，1，0，，…的一个通项公式是（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】AD

【解析】

【分析】根据选项取值验算可得正确答案.

【详解】当时，，故C不正确；

当时，，排除B；

当，时，经验算，AD均正确，由周期性可知AD正确，

故选：AD.

10. 已知抛物线上三点，，，*F*为抛物线的焦点，则下列说法正确的是（ ）

A. 抛物线的准线方程为

B. 若，则

C. 若三点共线，则

D. 若，则的中点到轴距离的最小值为2

【答案】ABD

【解析】

【分析】将点*B*的坐标代入抛物线方程即可求得，从而求出准线方程判断A；利用向量坐标运算得，进而利用焦半径公式即可判断B；设直线：，与抛物线方程联立，利用根与系数关系求解即可判断C；结合焦半径公式，利用及焦半径公式即可判断D.

【详解】对A，把点代入抛物线，得，

所以抛物线的准线方程为，故A正确；

对B，因为，，，，

所以，，，

又由，得，

所以，故B正确；

对C，因为三点共线，所以线段是焦点弦，

设直线：，

联立得，

所以，故C不正确；

对D，设中点为，

因为，，

所以，得，

即的中点到轴距离的最小值为，故D正确.

故选：ABD

11. 曲线，下列结论正确的是（ ）

A. 曲线关于原点对称

B. 曲线关于直线对称

C. 当时，曲线上点的横坐标的取值范围为

D. 若曲线在第一象限内存在位于直线左侧的点，则

【答案】BCD

【解析】

【分析】根据图象关于点对称的定义判断A，根据图象关于直线对称的定义判断B，利用方程研究曲线的范围可判断C，由题意建立不等式求解可判断D.

【详解】对选项A：设曲线上有一点，则①，而点关于原点对称的点为，若曲线关于原点对称，则也应在曲线上，则有②；联立①②，得，此时无解，故A错误；

对选项B：设曲线上有一点，则③，而点关于对称的点为，若曲线关于对称，则也应在曲线上，则有④；联立③④，得，即，该式恒成立，则和是在曲线上且关于对称的点，即是该曲线的对称轴，故B正确；

对选项C：由原方程得，解得，所以C正确；

对选项D：由原方程得，由题意知，当时有点在曲线上，因为，所以在上有解，即在上有解，又因为函数在上单调递减，所以，所以D正确.

故选：BCD.

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 已知椭圆的左、右焦点分别为，上顶点为，若，则的短轴长为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】由题意可得为等腰直角三角形，又，计算可求，可求的短轴长.

【详解】设，易知，

结合，可知为等腰直角三角形，

所以，故，

所以，

所以的短轴长为.

故答案为：.

13. 已知各项均为正数的数列的前项和为，且满足，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】2024

【解析】

【分析】根据的关系，分是否等于1讨论即可.

【详解】由于数列的各项均为正数，即，

当时，，即，

当时，由，可得，两式相减得，

又，

为一个以2为首项，2为公差的等差数列，.

故答案为：2024.

14. 已知双曲线，其左右焦点分别为，，点*P*是双曲线右支上的一点，点*I*为的内心（内切圆的圆心），，若，，则的内切圆的半径为\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据题意可得，结合双曲线的定义可得，，在中，利用余弦定理求得，再根据即可得出答案.

【详解】解：由，结合点*I*是的内切圆的圆心可知，

又有，所以，

再结合双曲线的定义可得，，

再根据，由余弦定理可得，

即，解得，

则，

可得内切圆的半径角.

故答案为：.

**四､解答题：本大题共5小题，共77分.解答应写出文字说明､证明过程或演算步骤.**

15. 已知圆过点和，且圆心在直线上.

（1）求圆的标准方程；

（2）经过点的直线与圆相切，求的方程.

【答案】（1）

（2）或

【解析】

【分析】（1）设出圆的标准方程，根据题意，列出方程组，即可求解；

（2）根据题意，分直线的斜率不存在和存在，两种情况讨论，结合直线与圆的位置关系，列出方程，即可求解.

【小问1详解】

解：设圆的方程为，

根据题意，可得，解得，

所以圆的方程为.

【小问2详解】

解：当直线的斜率不存在时，直线的方程为，符合题意；

当直线的斜率存在时，设直线的方程为，

由圆心到直线的距离等于圆的半径，可得，解得，

则直线的方程为，即.

故直线的方程为或.

16. 已知等比数列的各项均为正数，且，．

（1）求的通项公式；

（2）设，，求数列的前项和.

【答案】（1）；（2）．

【解析】

【分析】

（1）根据是等比数列，设的公比为，根据条件列出方程组．求出和可得数列的通项公式；

（2）求出的通项公式，代入，利用错位相减法即可求出数列的前项和．

【详解】（1）设等比数列的公比为，

由题可得，

因为，所以，

所以．

（2）因为，所以，

所以，

所以，

，

两式相减得

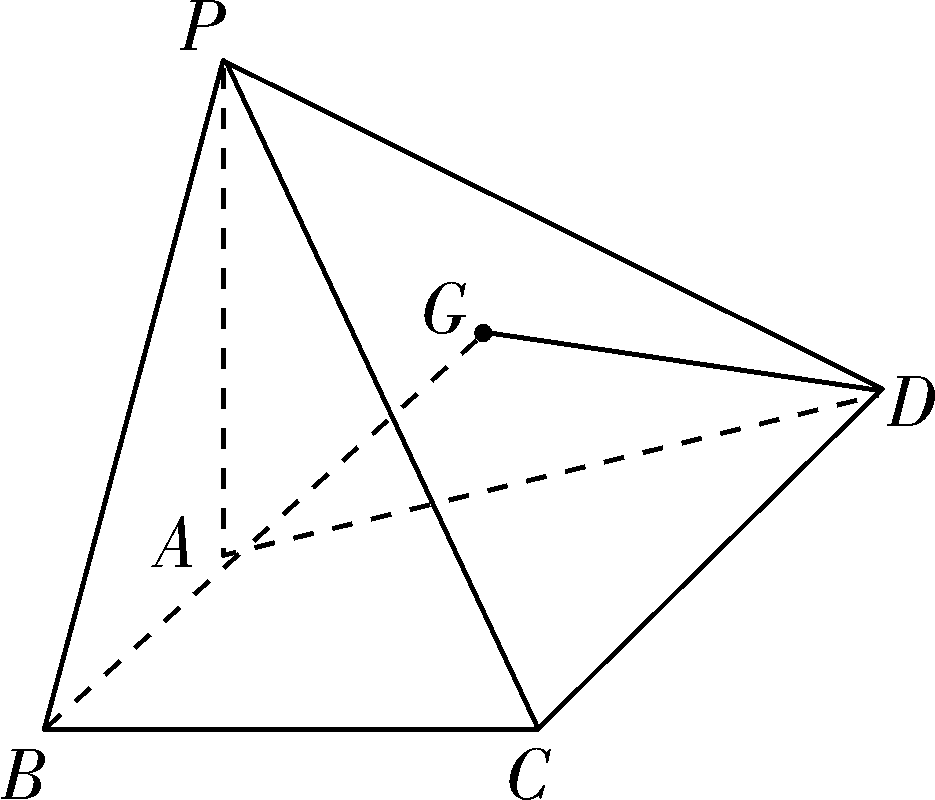




故．

【点睛】本题主要考查数列通项公式和前项和的求解，利用错位相减法是解决本题的关键，属于难题.

17. 如图，已知四棱锥中，平面，，，是边长为的正三角形，点在平面内的投影恰好是的中心.



（1）求证：平面平面；

（2）求直线与平面所成角的正弦值.

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）推导出平面，再利用面面垂直的判定定理可证得结论成立；

（2）推导出，然后以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立空间直角坐标系，利用空间向量法可求得直线与平面所成角的正弦值.

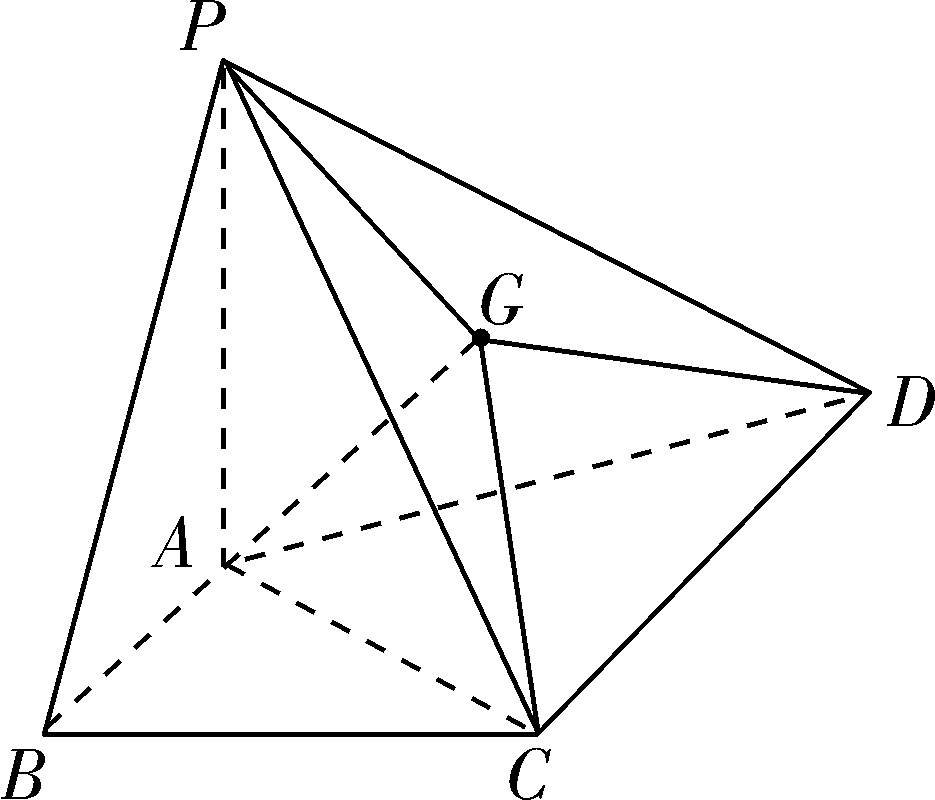
【小问1详解】

证明：因为平面，平面，所以，，

因为，所以，

因为，、平面，所以平面，

因为平面，所以，平面平面.

【小问2详解】

解：如图，连接、、，

因为点在平面内的投影恰好是的中心，

且是边长为的正三角形，所以，三棱锥为正三棱锥，

因为为等腰直角三角形，则，

取的中点，连接，则，

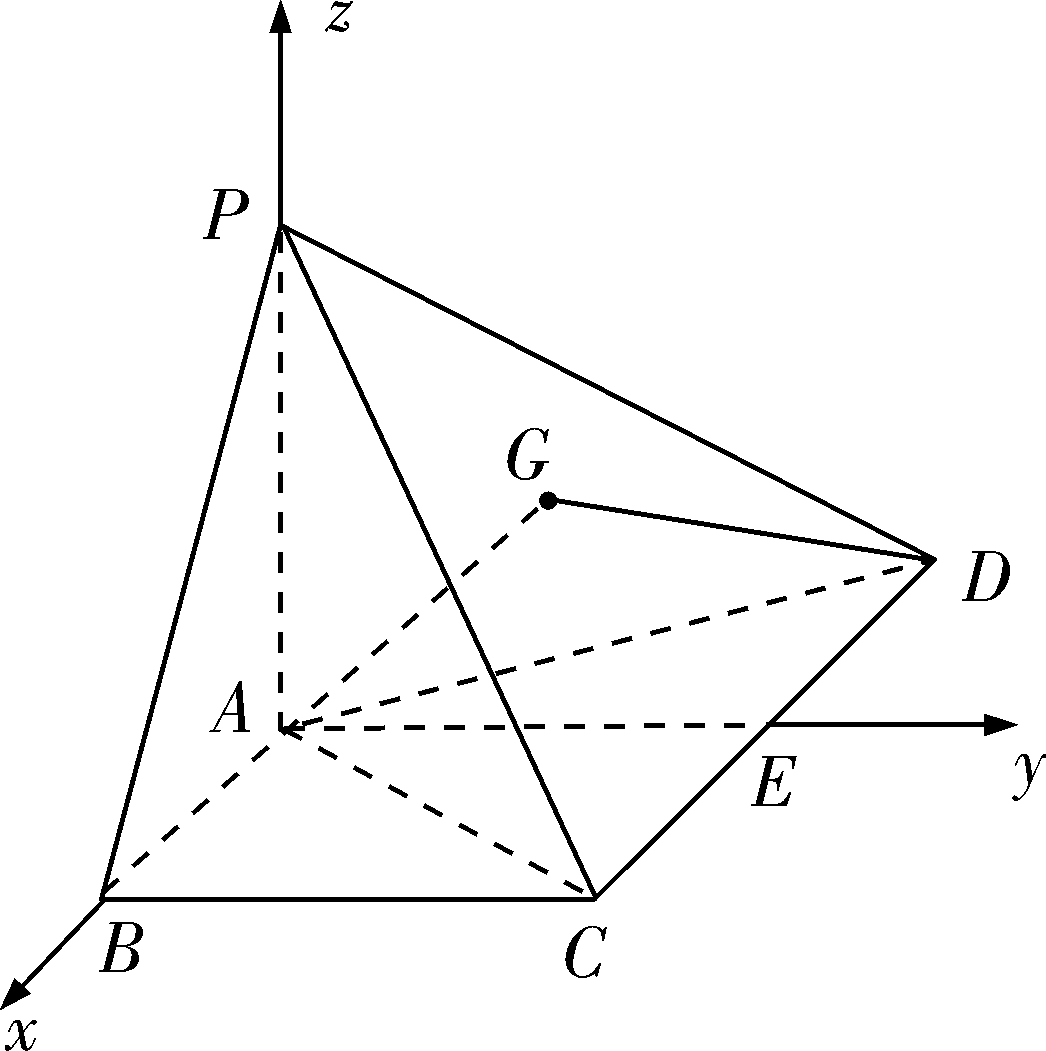
因为，，，所以，，

所以，四边形是矩形，则，

又因为，则，

因为平面，，

以点为坐标原点，、、所在直线分别为、、轴建立如下图所示的空间直角坐标系，



则、、、、、，

所以，，

设平面的法向量为，，，

则，取，则，

又，设直线与平面所成角为，

则.

故直线与平面所成角正弦值为.

18. 已知椭圆的离心率为，点在椭圆上，分别为的左，右焦点，抛物线的顶点在原点，焦点与的右焦点重合.

（1）求椭圆与抛物线的标准方程；

（2）过焦点的直线交椭圆于点，交抛物线于点，为过点且垂直于轴的直线上异于的一点.

（i）若，求直线的方程；

（ii）设的斜率分别为，求的值.

【答案】（1），

（2）（i）或；（ii）2

【解析】

【分析】（1）根据离心率及2椭圆上的点求椭圆方程，再由椭圆右焦点得出抛物线方程；

（2）（i）设出直线方程，分别联立椭圆与抛物线，由根与系数的关系及弦长公式，由题意建立方程，解出斜率即可得直线方程；

（ii）分别由斜率公式表示出斜率，计算化简即可得解.

【小问1详解】

根据题意可知，

解得

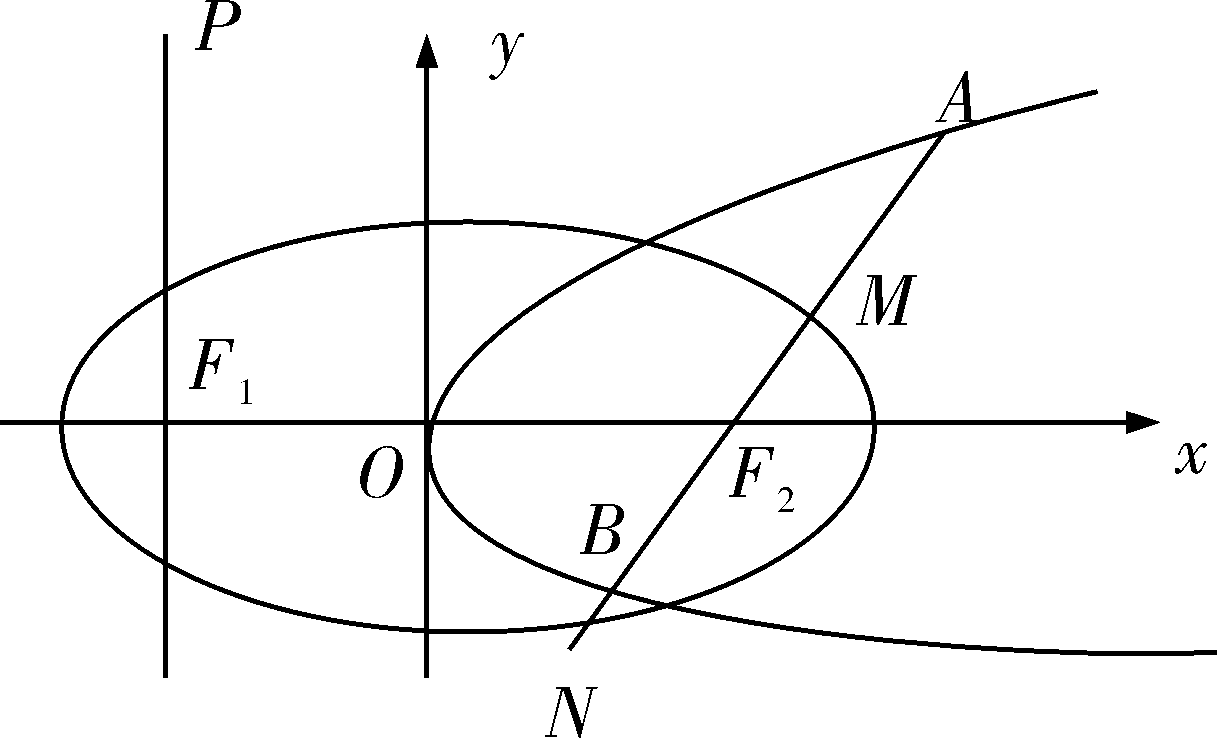
概圆的方程为.

，

抛物线的方程为.

【小问2详解】

如图，



（i）设的方程为，

联立化简得，显然，

设，则，

所以

，

联立化简得，显然，

设，则，

所以



因为，所以，

即，即，

所以直线的方程为或.

（ii）设，则，





，

.

19. 已知集合，若对于任意与至少有一个属于，则称为开心集.

（1）分别判断集合与集合是否为开心集，并说明理由；

（2）当时，若，求开心集；

（3）若集合为开心集，且中存在元素，使得中所有元素均为的整数倍，求的最小值.

【答案】（1）不是开心集，是开心集，理由见解析；

（2）或；

（3）2023.

【解析】

【分析】（1）由开心集的定义判断即可；

（2）由题意可得，分、求解即可；

（3）由题意可得，从而得，且也在中，由已知可得，从而得，，即可得答案.

【小问1详解】

解：对于集合，因为，

故不是开心集；

对于集合，因为，

故集合是开心集.

【小问2详解】

解：当时，，

因为，由题意得，故，

①若，由于，

故，故，即，此时符合题意.

②若，由于，

故，故，即，此时符合题意.

综上，或

【小问3详解】

解：由题意，，若中存在元素，使得中所有元素均为的整数倍，

则必有，故，

分别考虑和其他任意元素，

由题意可得也在中，而，

故，

特别地，，

下考虑对于，

因为，所以，

故，

特别地，，故，即，

由，且，故，即，

以此类推，.

又因为，

所以，

又因为，即，

所以，

即，故

当时，满足条件.

综上，的最小值为.

【点睛】关键点点睛：对于新概念题目，理解定义是关键.