**江苏省连云港市2024-2025学年高三上学期期中调研考试**

**数学试题**

**注意事项：**

**1.答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上．**

**2.回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑．如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号．回答非选择题时，将答案写在答题卡上指定位置，在其他位置作答一律无效．**

**3.本卷满分150分，考试时间120分钟．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回．**

**一、选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．**

1. 已知集合，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】先化简集合*B*中的绝对值不等式，再利用交集运算即可求解.

【详解】因为，即，

整理得 ，

因此，集合，

所以.

故选：A.

2. 设复数，若，则的值为（ ）

A.  B. C.  D.

【答案】B

【解析】

【分析】根据复数的乘法，结合实数与复数的概念，可得答案.

【详解】，

由题意可得，解得.

故选：B.

3. 设，若函数满足，则不等式的解集为（ ）

A.  B. 

C.  D. 

【答案】A

【解析】

【分析】由判断出，得到函数为单调递减函数，从而解出答案.

【详解】，指数函数为单调递减函数，即.

函数为单调递减函数.

由得，解得.

故选：A

4. 已知公差不为0的等差数列的第3，6，10项依次构成一个等比数列，则该等比数列的公比为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】C

【解析】

【分析】由题意设出等差数列的公差与等比数列的公比，利用各自通项公式建立方程组，可得答案.

【详解】设等差数列，公差为，由题意可知成等比数列，设公比为，

则，可得，两式作比可得，解得.

故选：C

5. 设，，且，则的最小值为（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】B

【解析】

【分析】由已知条件得出，将代数式与，展开后利用基本不等式可求得的最小值.

【详解】因为，，则，因为，则，

所以，

，

当且仅当时，即当时，等号成立，

因此，的最小值为.

故选：B.

6. 若为方程的两个根，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

【答案】D

【解析】

【分析】由韦达定理可得，，进而可得，进而切化弦即可得结果.

【详解】因为是方程的两根，

则，，

且，则，

可得

，

所以.

故选：D.

7. 设，则“”是“”的（ ）

A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件

C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

【答案】C

【解析】

【分析】根据题意分类讨论的符号，结合充要条件的等价性分析判断.

【详解】当时，则，即，等价于，

等价于，即；

当时，则不成立，也不成立；

当时，则，即成立，

等价于，即；

当时，则，即，等价于，

等价于，即；

综上所述：“”是“”的充要条件.

故选：C.

8. 设*P，A，B*，*C*是球表面上的四个点，*PA，PB，PC*两两垂直，球的体积为，二面角的大小为，则三棱锥的体积为（ ）

A. 2 B.  C.  D. 4

【答案】C

【解析】

【分析】把三棱锥补成一个长方体，长方体的外接球就是三棱锥的外接球，长方体的对角线就是其外接球的直径，由此求得，即得，作，垂足为，连接，是二面角的平面角，，从而可得，即得，再由体积公式可得结论．

【详解】∵*PA，PB，PC*两两垂直，所以可以把三棱锥补成一个长方体，如图，是该长方体同一顶点处的三条棱，

长方体的外接球就是三棱锥的外接球，长方体的对角线就是其外接球的直径，

由得，

所以，

作，垂足为，连接，

因为平面，平面，所以，同理，

又，平面，所以平面，

而平面，所以，

所以是二面角的平面角，所以，

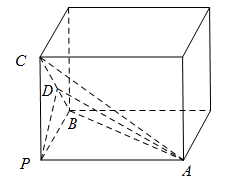
由得，而，

又，

所以，所以，

，

故选：C．



**二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求．全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分．**

9. 已知直线*m，l*，平面，则下列结论正确的有（ ）

A. 若，则

B. 若，则

C. 若，则

D. 若，则

【答案】ACD

【解析】

【分析】对于A：根据面面平行传递性即可判断；对于B：根据线性的位置关系即可判断；对于CD：根据线面平行的性质分析判断.

【详解】对于A：若，则，故A正确；

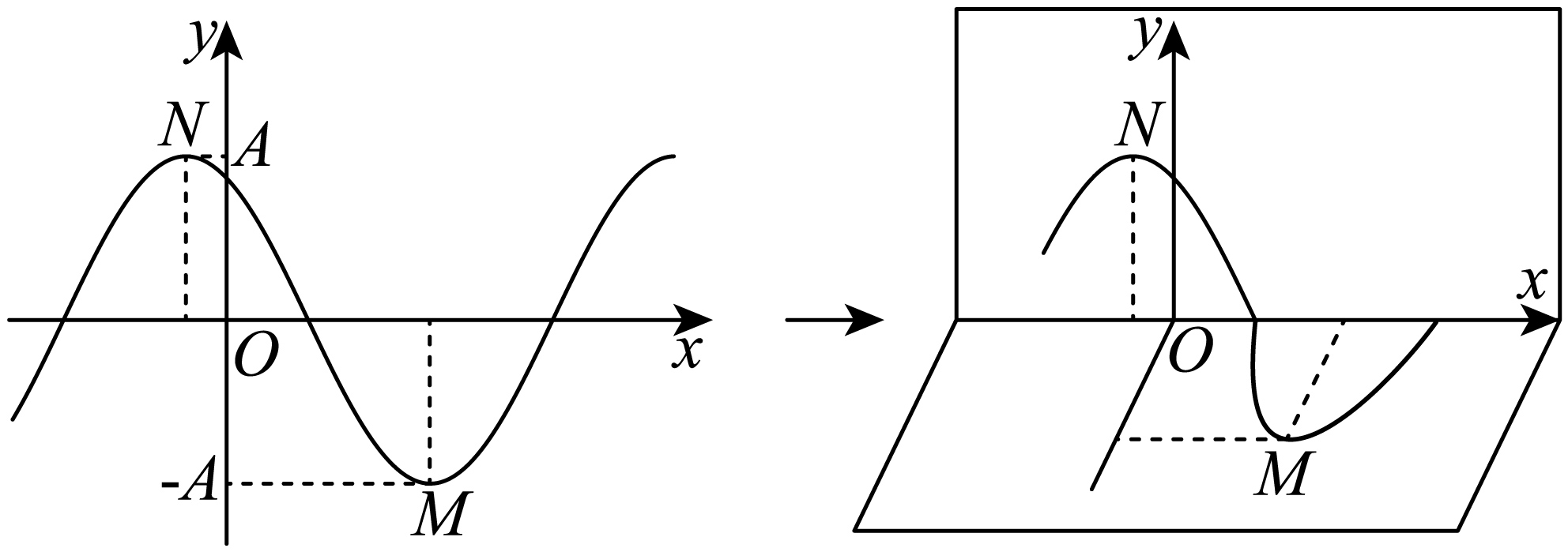
对于B：若，则的位置关系有：平行、相交或异面；故B错误；

对于C：若，则，故C正确；

对于D：若，则，故D正确；

故选：ACD.

10. 已知函数的图象经过点，将的部分图象沿轴折成直二面角（如图所示），若，则（ ）



A. 

B. 

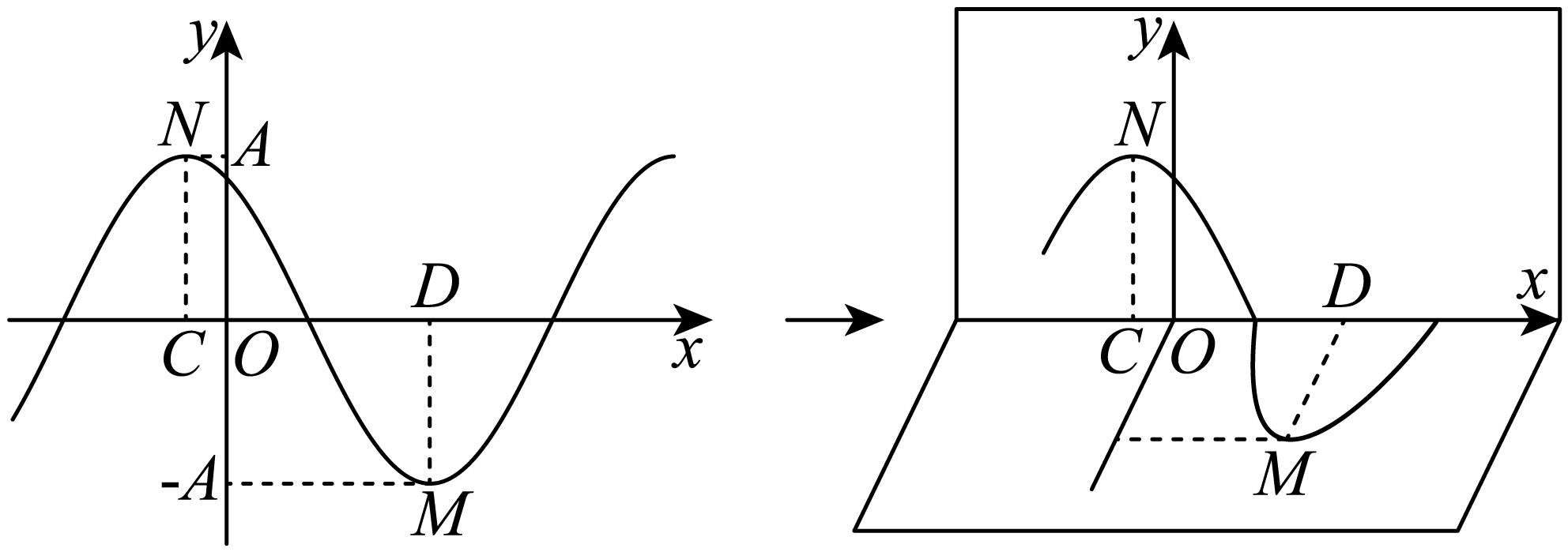
C. 将的图象向左平移2个单位即可得到函数的图象

D. 函数的单调递减区间为

【答案】AB

【解析】

【分析】由解析式得周期，结合图象可得，借助向量加法与数量积的运算表达.A项，由已知可待定系数；B项，代入坐标，结合函数轴附近函数单调性，利用待定；C项由平移可求解析式；D项利用降幂公式化简解析式，再利用整体角范围求解单调区间即可.

【详解】

如图，过作轴，垂足为，过作轴，垂足为.

由题意可知平面平面，平面平面，

又平面，则平面，

平面，则，

则，

故，

由，

则的周期，

A项，由图象可知，

所以

，

由，解得；

B项，由A项可知，.

则，

因为图象经过点，即，.

，或.

由函数图象可知，

则，所以，故B正确；

C项，由AB可知，，



即将的图象向左平移2个单位即可得到函数的图象，

，故C错误；

D项，.

由，解得，

故函数的单调递减区间为，故D错误.

故选：AB.

11. 在中，点在边*BC*上，为*AC*的中点，*BE*与*AD*交于.则下列结论正确的有（ ）

A. 

B. 若，则

C. 

D. 若，则

【答案】BCD

【解析】

【分析】对于A：根据线性运算可得求，即可判断；对于B：根据数量积运算可得，即可判断；对于C：根据三点共线的结论可得，即可得结果；对于D：可得，结合数量积运算求解即可.

【详解】对于选项A：因为，故A错误；

对于选项B：若，且，

因为，

可知，即，故B正确；

对于选项C：设，

又因为三点共线，则，

可得，解得，

即，所以，故C正确；

对于选项D：因为，

则，

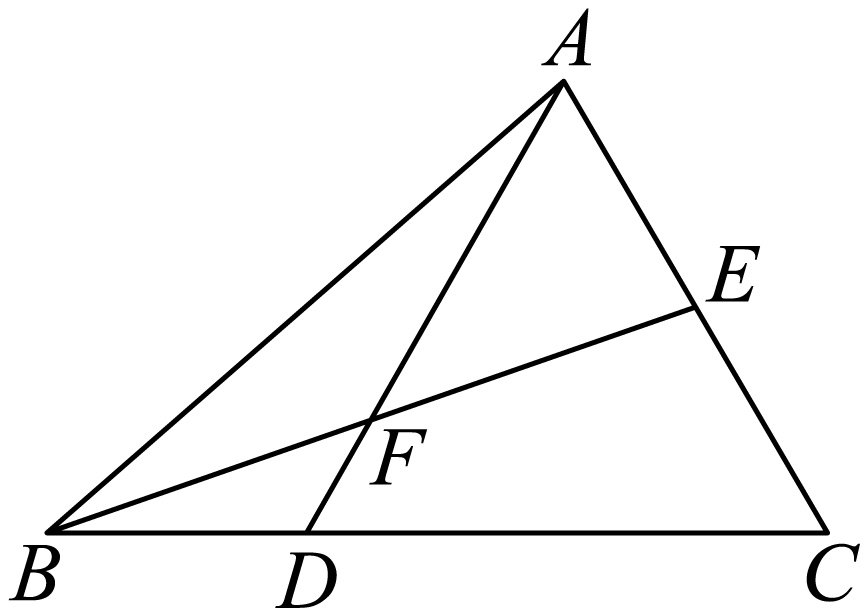
即，可得，

且，

即，解得，

且，所以，故D正确；

故选：BCD.



**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分．**

12. 函数的定义域是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】根据根号下大于等于0得到不等式，解出即可.

【详解】由题意得，解得，

则其定义域为.

故答案为：.

13. 若，则\_\_\_\_\_\_.

【答案】##0.5

【解析】

【分析】利用这个等式来求解与正切函数相关的比值。解题的关键在于将已知条件利用三角恒等变换转化为所求表达式的形式.

【详解】由得：

，

所以



化简得到：

，

所以；

所以.

故答案为：.

【点睛】关键点点睛：将给定的条件与所求表达式联系起来，通过正弦和正切的性质以及和差化积的公式，最终化简求解。这一过程体现了数学解题中转化和化归的思想，即通过一系列的数学变换，将复杂问题转化为较为简单的问题，从而求解。在解决这类问题时，熟悉和灵活运用三角恒等变换公式是非常重要的.

14. 若直线是曲线的切线，则的最小值是\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【解析】

【分析】利用导数的几何意义求出曲线在处的切线方程，对照条件求得，，则，构造函数，利用求导求得其最小值即可.

【详解】由求导得：，设切点为，则，①，

切线方程为，即，

由题意，，② ，将① 代入②，可得：，

于是，.

设，则，

因，则，由，解得，

故当时，，即在上单调递减；

当时，，即在上单调递增.

故当时，函数取得最小值，

即，从而的最小值是.

故答案为：.

【点睛】思路点睛：本题主要考查导数的几何意义和导数在函数的最值上的应用，属于难题.对于已知函数的切线方程求参问题，一般先设切点，利用导数的几何意义求出切线方程，对照系数求得参数；对于求函数的最值问题，一般通过求导判断函数的单调性即得最值.

**四、解答题：本题共5小题，共77分．解答时应写出文字说明、证明过程或演算步骤．**

15. 在中，角*，**，*的对边分别是*，**，*，且，，.

（1）求；

（2）求的值.

【答案】（1）

（2）

【解析】

【分析】（1）由正弦定理和同角的三角函数关系化简即可；

（2）法1由余弦定理解出，再由正弦定理和比例关系求解即可；

法2由正弦定理和同角的三角函数以及两角和的正弦展开求解即可；

【小问1详解】

在中，因为，，所以由正弦定理得，

由，所以，得，

因为为三角形内角，所以.

【小问2详解】

法1：由余弦定理得，

所以.正弦定理得，

所以.

法2：因为，，，所以由正弦定理得，

由知，则为锐角，所以，

，

所以.

16. 已知数列的前项和为，且.

（1）证明：数列为等比数列；

（2）求和：.

【答案】（1）证明见解析

（2）

【解析】

【分析】（1）利用得出数列的递推关系，再由等比数列的定义得证；

（2）用错位相减法求和．

【小问1详解】

时，，

有，又时，，有，

所以数列是以1为首项，公比为2的等比数列．

【小问2详解】

由（1）得数列的通项公式，

设

则①

②

①②得：







.

17. 已知椭圆经过点和点.

（1）求椭圆离心率；

（2）过椭圆的右焦点的直线交椭圆于*M，N*两点（点在轴的上方），且，若的面积为，求的值.

【答案】（1）

（2）或

【解析】

【分析】（1）利用椭圆上的点求出，可求椭圆的离心率；

（2）设出直线方程，与椭圆联立方程组，利用韦达定理和的面积求出的值，再利用韦达定理和求出的值.

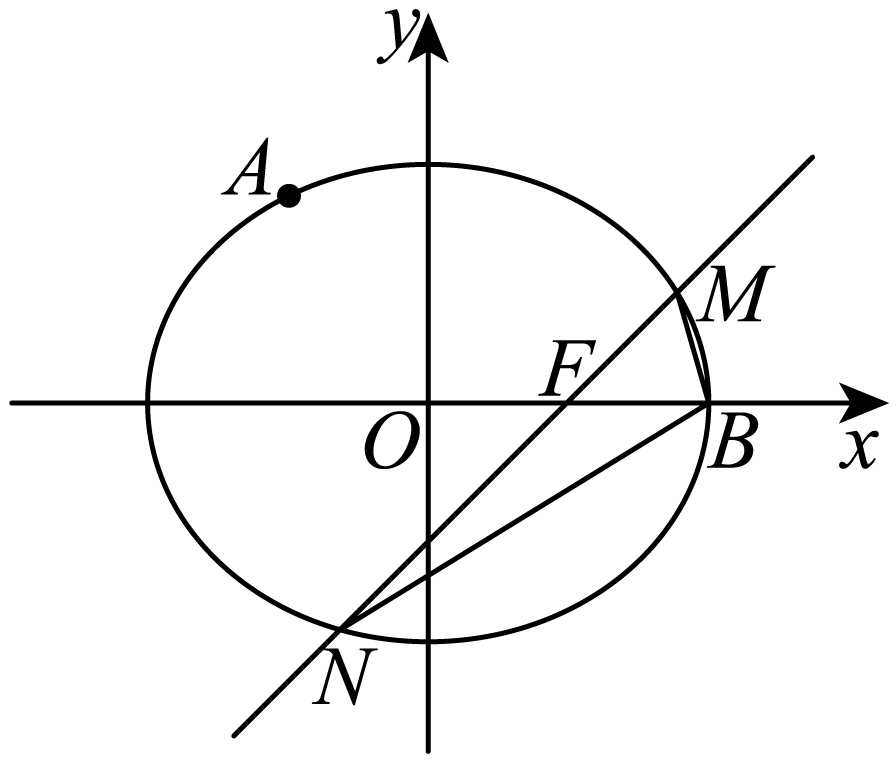
【小问1详解】

由椭圆过知，

将代入方程，得，求得，

则．

所以椭圆的离心率.

【小问2详解】

由（1）知椭圆的标准方程为，,

当直线的倾斜角为0时，*B、M、N*共线，不合题意．

当直线的倾斜角不为0时，设.

得，有，

的面积为，

由的面积为，知，解得.

由，知．

当时，，得解得或.

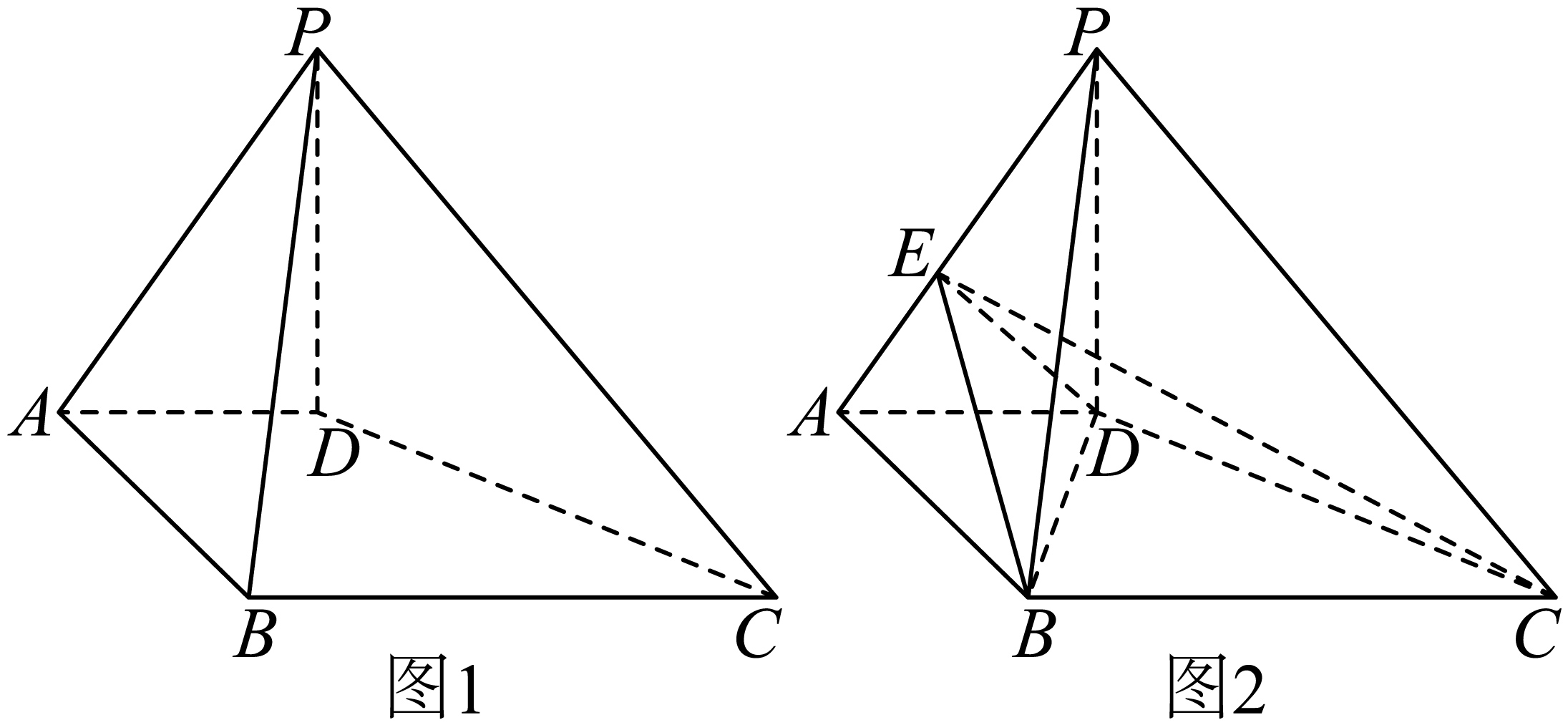
同理，当时，或．

综上，或.

【点睛】方法点睛：

解答直线与圆锥曲线的题目时，时常把两个曲线的方程联立，消去*x*(或*y*)建立一元二次方程，然后借助根与系数的关系，并结合题设条件建立有关参变量的等量关系，涉及到直线方程的设法时，务必考虑全面，不要忽略直线斜率为0或不存在等特殊情形，强化有关直线与圆锥曲线联立得出一元二次方程后的运算能力，重视根与系数之间的关系、弦长、斜率、三角形的面积等问题．

18. 在四棱锥中，，，，.



（1）如图1，在侧面内能否作一条线段，使其与平行？如果能，请写出作图过程并给出证明；如果不能，请说明理由；

（2）如图2，若平面，证明：平面；

（3）在（2）的条件下，*E*为棱上的点，二面角的大小为，求异面直线与所成角的余弦值.

【答案】（1）不能，理由见解析

（2）证明见解析 （3）

【解析】

【分析】（1）利用反证法，结合线面平行的性质定理，可得答案；

（2）根据线面垂直判定定理，结合佘弦定理与勾股定理，可得答案；

（3）由题意建立空间直角坐标系，求得平面的法向量，利用面面角与线线角的向量公式，可得答案.

【小问1详解】

不能.

假设在侧面内存在直线与平行，可得与侧面平行.

依据线面平行性质定理，可得与平行，这与已知条件矛盾.

【小问2详解】

在底面中，，

所以，又，，

由余弦定理得，所以，得

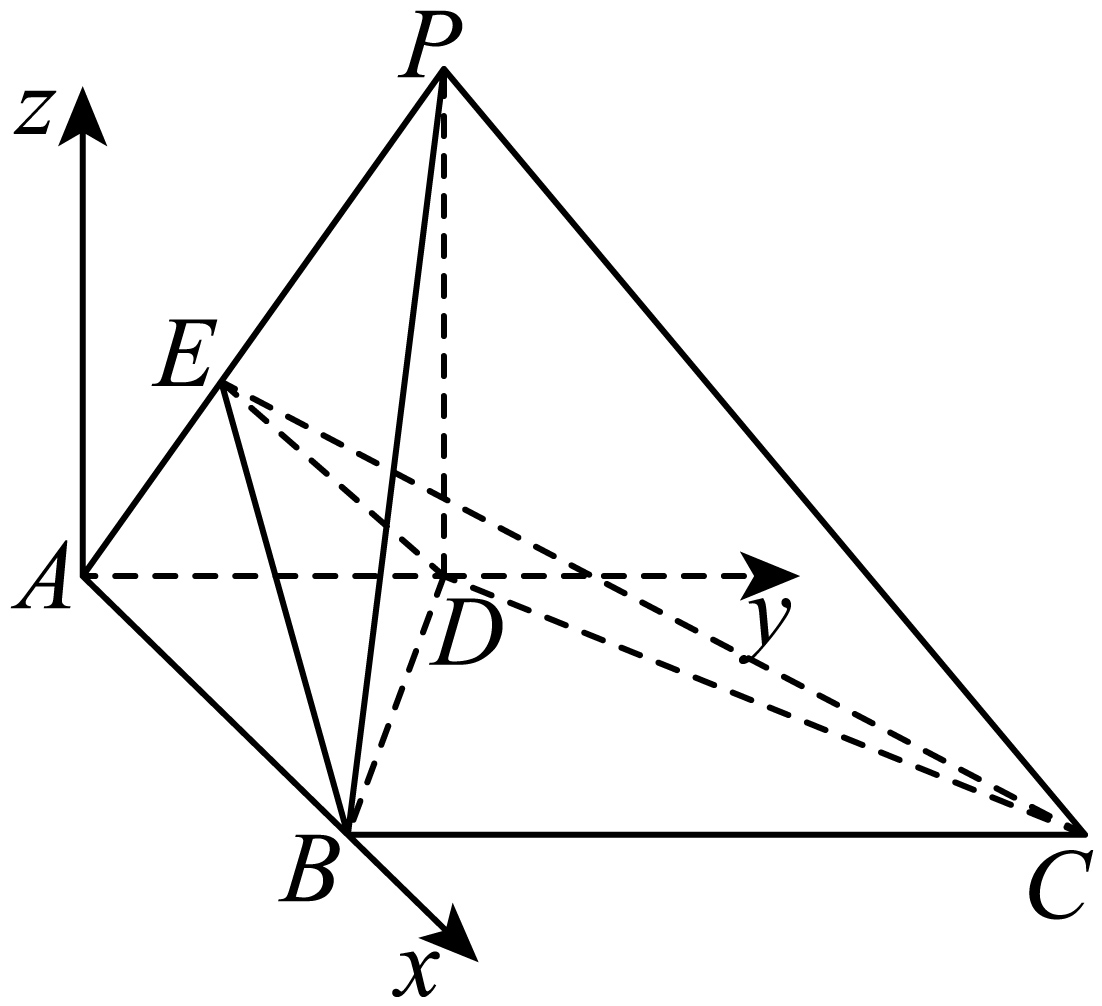
因为平面平面，所以．

又，平面，所以平面*.*

【小问3详解】

过点作直线垂直平面，

以为原点，分别为*x，y*轴正方向，为轴，向上为正方向建立空间直角坐标系.



则，

因为为棱上的点，设，

取，

设平面的法向量为，则，

令得，则平面*BDE*的一个法向量为，

因为平面，所以为平面的法向量，

因为二面角的大小为，

所以，得.

则，

设直线*BE*与*PC*所成角为，

则，

所以异面直线*BE*与*PC*所成角的余弦值为.

19. 已知函数，其中.

（1）当时，求函数的最小值；

（2）当时，判断函数在区间上零点的个数，并证明；

（3）若，且，证明：.

【答案】（1）

（2）两个，证明见解析

（3）证明见解析

【解析】

【分析】（1）分析的单调性，然后确定出最小值；

（2）分类讨论在和上的单调性，结合零点的存在性定理判断零点个数；

（3）先根据极值点偏移的证明思路先证明，再结合范围通过转化法证明，由此可证明不等式.

【小问1详解】

的定义域为，，

由，得增区间为，得减区间为，

故在处取得最小值．

【小问2详解】

因为，故，由的定义域为，

当时，，当时，，

所以在上单调递减，在上单调递增，

由在单调递减，且图象在上连续不断，

所以在上有且只有一个零点．

下面证明，令，

又，当单调递减，

故，故，

由在单调递增，且图象在上连续不断，

所以在上有且只有一个零点．

综上，函数在上有个零点．

【小问3详解】

先证，由在递减，在递增，时，

不妨设，令，

则，

故在递增，则有，即，有，则有，

又，且在递增，故有，

则有成立；

再证，由上可得，得，则有，，

要证，即证，又因在递减，

故只需证，即证，即证，

又，得，令，则，

不等式可以转化为，

令，

令，当时，递增，，

则有，故有递增，因此，即时，成立，所以成立，

综上，不等式成立.

【点睛】方法点睛：利用导数证明或判定不等式问题：

(1)通常要构造新函数，利用导数研究函数的单调性与极值（最值），从而得出不等关系；

(2)利用可分的离变量，构造新函数，直接把问题转化为函数的最值问题，从而判定不等关系；

(3)适当放缩构造法：根据已知条件适当放缩或利用常见放缩结论，从而判定不等关系；

(4)构造“形似”函数，变形再构造，对原不等式同解变形，根据相似结构构造辅助函数.