**合肥市普通高中六校联盟2024-2025学年第一学期期中联考**

**高三年级数学试卷**

**（考试时间：120分钟 满分：150分）**

**命题学校：合肥三中 命题教师：蔡开根 审题教师：孟凡慧**

**一、单选题：本题共8小题，每小题5分，共计40分.每小题给出的四个选项中，只有一个选项是正确的，请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.**

1. 已知：，：，若是必要不充分条件，则实数的取值范围是（ ）

A.  B. C.  D.

2. 已知集合，，则（ ）

A  B.  C.  D. 

3. 已知，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

4. 已知函数是上的奇函数，且当时，，则当时有（ ）

A.  B. 

C.  D. 

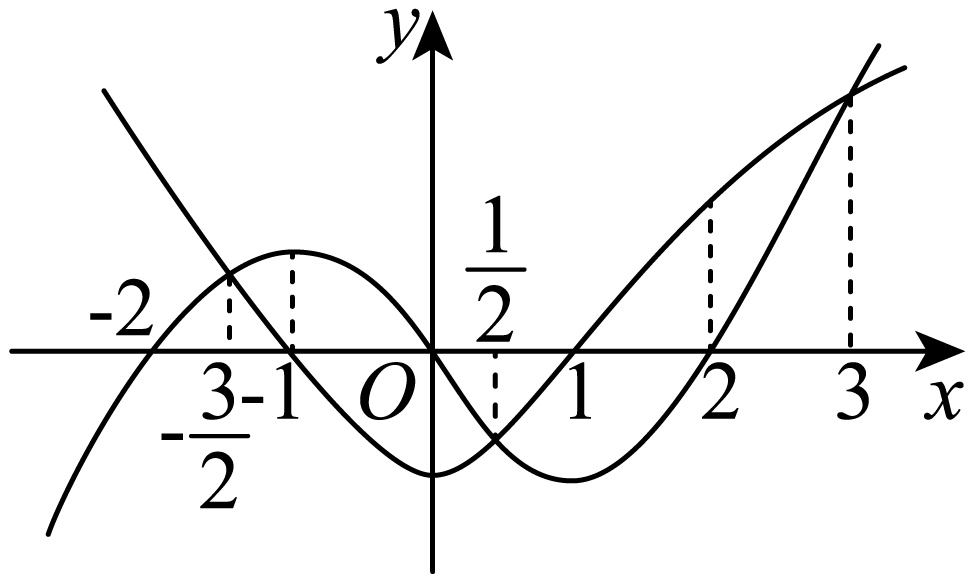
5. 已知，则（ ）

A.  B.  C.  D. 

6. 若函数的定义域为，则实数取值范围是（ ）

A.  B.  C.  D. 

7. 已知函数与的图象如图所示，则函数（ ）



A. 在区间上是减函数 B. 在区间上是减函数

C. 在区间上是减函数 D. 在区间上是减函数

8. 定义：如果函数在区间上存在，满足，，则称函数是在区间上的一个双中值函数，已知函数是区间上的双中值函数，则实数的取值范围是

A.  B.  C.  D. 

**二、多选题：本题共3小题，每小题6分，共计18分.每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，部分选对得部分分，有选错的得0分，请把正确的选项填涂在答题卡相应的位置上.**

9. 已知奇函数定义域为，若，则（ ）

A.  B. 的图象关于直线对称

C.  D. 的一个周期为

10. 函数满足，则正确的是（ ）

A.  B. 

C  D. 

11. 已知，则（ ）

A. 的最小值为  B. 的最大值为

C. 的最小值为  D. 的最小值为

**三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12. 已知函数对任意满足，则\_\_\_\_\_\_.

13. 若函数，则使得成立的的取值范围是\_\_\_\_\_\_.

14. 已知点*A*是函数图象上的动点，点*B*是函数图象上的动点，过*B*点作*x*轴的垂线，垂足为*M*，则的最小值为\_\_\_\_\_\_．

**四、解答题：本题共5小题，共77分.解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.**

15. 已知函数．

（1）求最小正周期和单调增区间；

（2）若函数在存在零点，求实数*a*的取值范围．

16. 已知函数.

（1）讨论函数的单调性；

（2）当时，证明：当时，.

17. 在锐角中，角*A*，*B*，*C*所对应的边分别为*a*，*b*，*c*，已知．

（1）求角*B*的值；

（2）若，求的周长的取值范围．

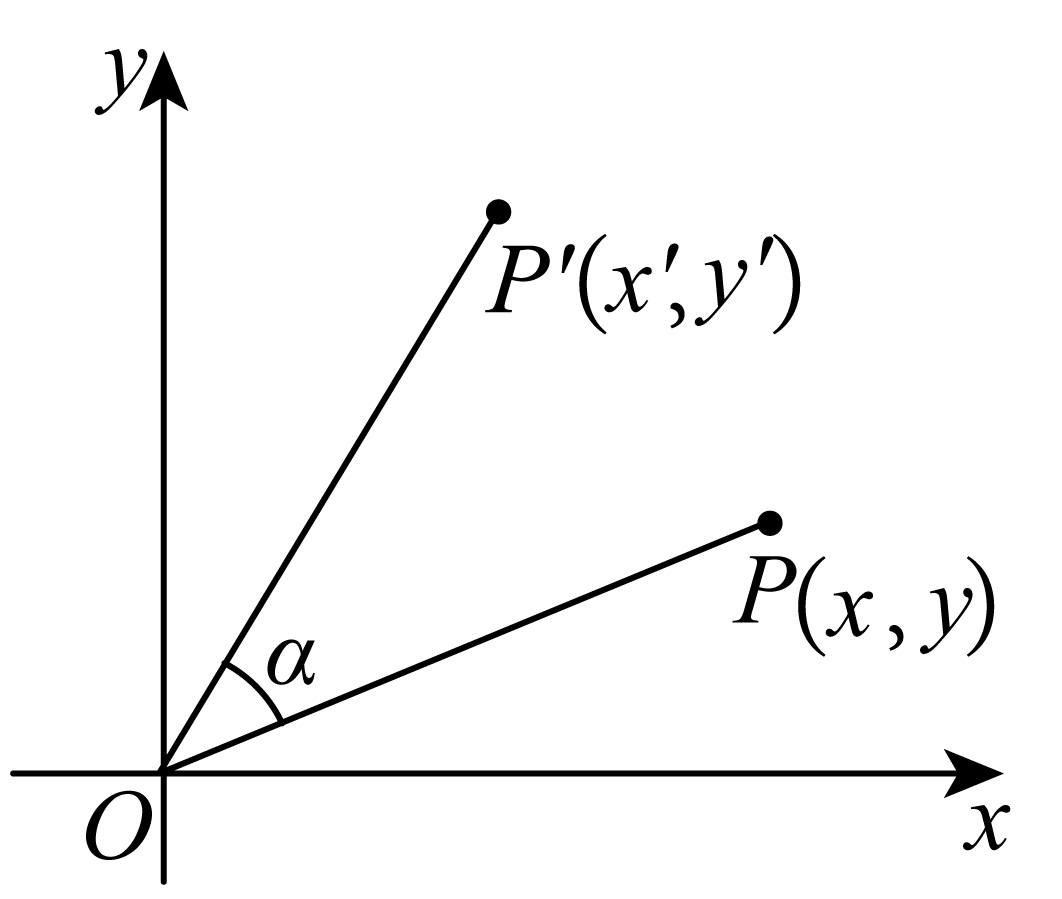
18. 已知函数，.

（1）若，求的极值；

（2）设函数在处的切线方程为，若函数是上的单调增函数，求的值；

（3）函数的图象上是否存在不同的两点，使得函数的图象在这两点处的切线重合，若存在则求出的取值范围，若不存在则说明理由.

19. 在平面直角坐标系中，利用公式①（其中，，，为常数），将点变换为点的坐标，我们称该变换为线性变换，也称①为坐标变换公式，该变换公式①可由，，，组成的正方形数表唯一确定，我们将称为二阶矩阵，矩阵通常用大写英文字母，，…表示．



（1）在平面直角坐标系中，将点绕原点按逆时针旋转得到点（到原点距离不变），求点的坐标；

（2）如图，在平面直角坐标系中，将点绕原点按逆时针旋转角得到点（到原点距离不变），求坐标变换公式及对应的二阶矩阵；

（3）向量（称为行向量形式），也可以写成，这种形式的向量称为列向量，线性变换坐标公式①可以表示为：，则称是二阶矩阵与向量的乘积，设是一个二阶矩阵，，是平面上的任意两个向量，求证：．