**深圳市高级中学2025届高三第二次诊断考试**

**数学**

**2024.11**

**（本试卷共4页，19小题，满分150分，考试用时120分钟）**

**一､单项选择题：本题共8小题，每小题5分，共40分.**

1.已知集合，则（ ）

A. B. C. D.

2.直线的倾斜角为，则（ ）

A. B. C. D.

3.已知圆锥的侧面展开图是圆心角为且弧长为的扇形，则该圆锥的体积为（ ）

A. B. C. D.

4.已知公差不为0的等差数列中，且，则（ ）

A.30 B. C. D.40

5.已知，则（ ）

A. B.3 C. D.4

6.在三棱锥中，，平面平面，则三棱锥外接球表面积为（ ）

A. B. C. D.

7.已知都是正实数，，则的最小值为（ ）

A.2 B. C. D.

8.已知函数的定义域为为奇函数，，则（ ）

A.为奇函数

B.的图象关于直线对称

C.的最小正周期为4

D.的图象关于点对称

**二､多项选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求.全部选对的得6分，部分选对的得部分分，有选错的得0分.**

9.已知正方体棱长为1，下列结论正确的是（ ）

A.直线与所成角为

B.直线到平面的距离是

C.点到直线的距离为

D.平面与平面所成角的余弦值为

10.已知为等差数列，为等比数列，的公差为的公比为，，下列结论正确的是（ ）

A.若，则为递增数列

B.若，则为递减数列

C.若，则为递增数列

D.若，则为递增数列

11.在锐角三角形中，外接圆的半径为，则（ ）

A.

B.

C.

D.

**三､填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.**

12.若，为虚数单位，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

13.是等比数列的前项和，已知，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

14.在三棱锥中，与中点分别为，点为中点.若在上满足在上满足，平面交于点，且，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

**四､解答题：本大题共小题，共77分.解答应写出文字说明，证明过程或演算步骤.**

15.（13分）记的内角所对的边分别是的面积为.若，

（1）求；

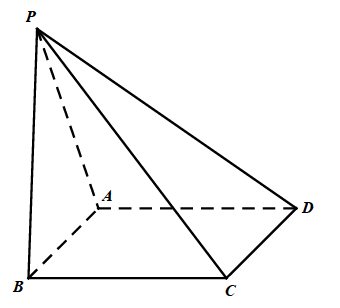
（2）若，求的值.

16.（15分）我们知道关于的二元一次方程表示直线，但有的二元二次方程也能表示直线，比如表示的就是和两条直线.

（1）求方程表示的直线与轴围成的面积；

（2）若方程表示的是两条直线，求.

17.（15分）四棱锥中，底面为正方形，为锐角.



（1）求证：平面平面；

（2）若与平面所成角为，求平面与平面夹角的余弦值.

18.（17分）已知函数有两个零点，

（1）求的单调区间和极值；

（2）当时，恒成立，求实数的最小值；

（3）证明：.

19.（17分）设集合，对于集合到集合的函数，记其中满足的函数为“回函数”.对于任意给定的集合，“回函数”的个数记为.数列的第项为.例如，“回函数”仅有一个，即，满足，所以，“回函数”有两个，即和，这两个函数都能满足，所以.

（1）求；

（2）当时，给出和之间的关系式并证明；

（3）证明：时，.

**深圳市高级中学2025届高三第二次诊断考试数学参考答案**

1DACC AACD

9.BCD 10.AC 11.AC

12.1 13.或 14.

14.解答：

在平面上

，使得，其中



，得

15.（1）



得，得

（2）









16.（1）表示的直线为和，

联立，得两直线交点为，两直线与轴交点分别为和

两直线与轴围成的三角形面积为

（2）若方程表示两条直线，则该方程必能表示为两个二元一次方程的乘积，

则

，解得

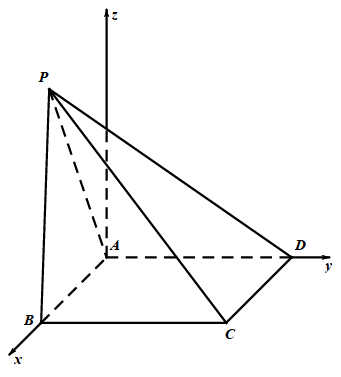


17（1）四边形为正方形，又，且

平面平面

平面平面

（2）以为原点分别为轴，过作平面的垂线，以该垂线为轴



由（1）可知轴在平面内

由题意可得



易知平面的法向量为

，得，

解得或

为锐角，

，设平面的法向量为

，得，取，得

易得平面的法向量为，设平面与平面夹角为，则.

综上，平面与平面夹角的余弦值为.

18.（1）

令，得

时，单调递减，时，单调递增，的极小值为，无极大值

（2），即，令

时，时，，而，不合题意；

时，

，显然为减函数

当，即时，

则单调递增且，

时，单调递减

当时，

时，单调递增且

使得，且时，单调递减，时，单调递增，不合题意.

综上的最小值为.

（3）当时，，若，则，则在没有零点，又在上单调递增，所以最多只有1个零点，不合题意

，又



由（2）可知，解得

欲证，即证，即证



即证，即证

令

得的最小值为，即，易知

，综上

19.（1）

分别是

（2）时，分别表示集合中“回函数”个数

中“回函数”的个数计算分两种情况：

i.若，则其他元素不可能对应到，否则通过两次对应后不可能到达自身，即其他个元素之间只能在内部对应，所以这种情况的“回函数”的个数为；

ii.若，由于一个元素经过两次对应必须回到自身，所以必有，而除和之外的元素也不能对应或，即其他个元素只能在它们内部对应，所以“回函数”的个数为，又有种选择，所以这种情况的“回函数”个数为.

综上，

（3）易知

时，，即单调递增





时，







，且满足不等式

综上，时，.