# **重庆市育才中学校高 2025 届 2024-2025 学年(上) 12 月月考**

# 数学试题

本试卷为第 I 卷 (选择题) 和第 II 卷 (非选择题) 两部分, 共 150 分, 考试时间 120 分钟。

注意事项:1. 答卷前,请考生务必把自己的姓名、准考证号填写在答题卡上；

2. 作答时, 务必将答案写在答题卡上, 写在本试卷及草稿纸上无效;

3. 考试结束后, 将答题卡交回。

# 第 I 卷

# 一、选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分。在每小题给出的四个选项中, 只有一个 选项是符合题目要求的。

1. 设集合 ,则

A. B. C. D.

2. 已知随机变量 服从正态分布 ,则

A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

3. 已知直线 平面 ,点 ,那么过点 且平行于直线 的直线

A. 有且只有 1 条,且在平面 内 B. 有且只有 1 条,不在平面 内

C. 有无数条,不都在平面 内 D. 有无数条,都在平面 内

4. 函数 的零点所在区间为

A.(-1,0) B.(0,1) C.(1,2) D.(2,3)

5. 若正实数 满足 ,则 的最小值为

A. 1 B. 6 C. 8 D. 9

6. 从 3 名男生和 2 名女生中任选 3 人参加一项创新大赛, 则选出的 3 人中既有男生又有女生的概率为

A. B. C. D.

7. 已知 ,则

A. B. C. D.

8. 若正实数 满足 ,则下列不等式成立的是

A. B. C D.

# 二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题 目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 已知点 ,其中 ,则

A. 若 三点共线,则

B. 若 ,则

C. 若 ,则

D. 当 时,

10. 已知正方体 的棱长为 分别为棱 的中点,则

A. 四点共面

B. 直线 与 所成角的正切值为

C. 二面角 的大小为

D. 三棱锥 的体积为 1

11. 若数列 满足 ,设 ,则

A.

B.

C.

D. 若数列 的前 项和为 30,则 或

# 第II卷

# 三、填空题:本题共 3 小题,每小题 5 分,共 15 分。第 14 题第一空 2 分,第二空 3 分。

12. 已知复数 (其中 为虚数单位),则 \_\_\_\_\_.

13. 若函数 在 上单调递增,则实数 的取值范围为\_\_\_\_\_.

14. 若正四面体 的棱切球 (球与正四面体的棱均相切) 半径为 1,则正四面体 的棱长为\_\_\_\_\_；该棱切球的球面与正四面体 的表面相交所得曲线的总长度为\_\_\_\_\_.

# 四、解答题:本题共 5 题,共 77 分。解答应写出文字说明,证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

已知非零数列 满足: .

(1)求证: 是等差数列；

(2)求数列 的前 项和

16. (本小题满分 15 分)

若 中的内角 所对的边分别为 ,且满足 .

(1) 求角 ;

(2)若 ,请从下列两个条件:① ,② 中任选一个作为已知条件,求 的面积。

注: 如果选择多个条件分别解答, 按第一个解答给分。

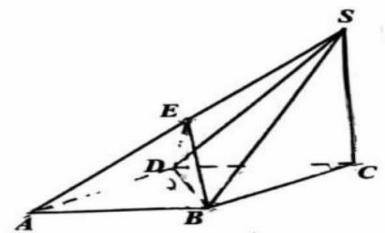
17. (本小题满分 15 分)

如第(17)题图,在四棱锥 中,底面 为菱形,点 为棱 的中点, .

(1)求证: 平面 ；

(2)求证:平面 平面 ；

(3)若 ,且 , ,求直线 与平面 所成角的正弦值。

  
第(17)题图

18. (本小题满分 17 分)

育才中学为普及法治理论知识,举办了一次法治理论知识闯关比赛。比赛规定:三人组队参赛,按顺序依次闯关,无论成败,每位队员只闯关一次。如果某位队员闯关失败,则由该队下一队员继续闯关, 如果该队员闯关成功,则视作该队获胜,余下的队员无需继续闯关；若三位队员闯关均不成功,则视为该队比赛失败。比赛结束后,根据积分获取排名,每支获胜的队伍积分 与派出的闯关人数 的关系如下: ,比赛失败的队伍则积分为 0 。现有甲、乙、丙三人组队参赛,他们各自闯关成功的概率分别为 ,且每人能否闯关成功互不影响。

(1)已知 ,

(i) 若按甲、乙、丙的顺序依次参赛,求该队比赛结束后所获积分 的期望;

(ii) 若第一次闯关从三人中随机抽取,求该队比赛结束后所获积分 的概率。

(2)若甲只能安排在第二位次参赛,且 ,要使该队比赛结束后所获积分 的期望最大, 试确定乙、丙的参赛顺序, 并说明理由。

19.(本小题满分 17 分)

已知函数 .

(1)求曲线 过点(0,1)的切线方程；

(2)设 ,曲线 在点 处的切线与 轴, 轴围成的三角形面积为 ,记 , ;

(3)设函数 ,若 在定义域内有三个不同的极值点 ,且满足 ,求实数 的取值范围。

# 

# 数学参考答案

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
| 选项 | B | C | A | B | C | D | B | A | ABD | ABD | BC |

【部分题解析】

8. 正实数 满足 ,整理得 ,即

(\*),构造函数 不等式(\*)等价为 ,

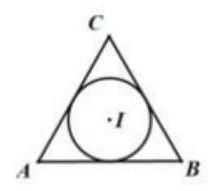
在 单调递减,

,选项 A 正确

11. 由题知,数列 为斐波拉契数列,即 ,

选项 A 错误; 又 呈现 “奇偶偶 奇偶偶 奇偶 偶 - “ - ” 的规律, 数列 各项依次为-1, 最小正周期为 3,满足 ,选 正确; 正确; 对于选项 ,当 或 时,数列 的前 项和为 选项 错误.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 12 | 13 | 14 |
| 答案 |  |  |  |

1.  正四面体 A-BCD 的内接于一正方体中, 其棱切球为该正方体的内切球, 该正方体的棱长为正四面体 A-BCD 棱切球的直径 2, 正四面体 A-BCD 的棱长为该正方体面对角线长 ; 又棱切球的球面与正四面体 A-BCD 的表面相交所得到的曲线为四个圆 (例如圆 内切于 ),其半径为 四个圆周长为 .

15.(13 分)

解 (1) 为等差数列,公差为 2,首项 ;

(2) .

16.(15 分)

解: (1) 在 中 ,

由正弦定理 ,可知 ,

又 ,即 ,

又 ,即 ;

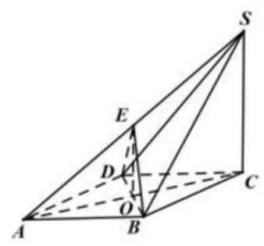
(2)若选 ① ,

由余弦定理 ,知 ,

解得 ,

的面积 .

17.(15 分)



解: (1) 证明: 连接 交 于 ,连接 ,

为菱形, 为 的中点,

又 为 的中点, 在 中, ,

又 平面 平面 ,

平面 ;

(2)证明: 在菱形 中, ,又 , 平面 ,

平面 ,

又 平面 ,

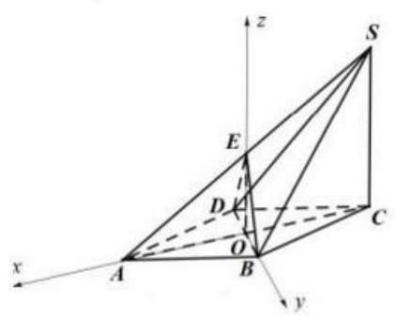
平面 平面 ;

(3)由(2)可知,平面 平面 ,且平面 平面 ,

又由题知 平面 平面 ,

由(1) 知 平面 ,且在菱形 中, ,

以 为坐标原点, 所在直线分别为 轴、



轴、 轴,建立如图所示的空间直角坐标系,

由题意,在菱形 中, ,

在 中由余弦定理可求得, ,

,设平面 的法向量为 ,

由 ,即 ,得 ,

令 得 可取平面 的一个法向量 ,

,

直线 与平面 所成角的正弦值为 .

18.(17 分)

解: (1) (i) .

(ii)

(2)若依次派出乙、甲、丙进行闯关,该队比赛结束后所获积分 的可能取值为

30,20,10,0,

E

若依次派出丙、甲、乙进行闯关,该队比赛结束后所获积分 的可能取值为30,20,10,

0 ,

,

,即 ,

要使该队比赛结束后所获积分 的期望最大,应最先派出丙,最后派出乙.

19.(17 分)

解: (1)

(2)由(1)知,曲线 在点 处的切线方程为 ,

令 得 ,令 得 ,

又 ,

,

(3) ,

函数 在定义域内有三个不同的极值点,

在 上有三个不同的变号零点,

又 ,令 ,

在 上至少有两个不为 1 的不同零点,

,

① 当

② 当 时, 函数 在 上单调递增,令 得 ,

(i) 若 ,此时 在 恒成立,

在 上单调递增, 最多有一个零点, 舍;

(ii) 若 与 随 的变化情况如下表所示

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| x |  |  |
|  |  | + |
| h(x) | 单调递减 | 单调递增 |

又 ,

当 最小值 ,即 时, 在 上有两个不为 1 的变号零点,

即函数 在定义域内有了两个不同的极值点,不妨分别记作 ,

而 ae- .

又 是 的第三个极值点,

综上当 时, 有三个不同的极值点: ,且 ,

,

,

,

,即 (ae-1) ,

令 ’ ,

令 ,

均在 单调递增,且 ,

在 恒成立, 在 单调递增,

又 ,

综上 .