# 合肥一中 2025 届高三年级上学期阶段性诊断检测卷

# 数学试题

(考试时间:120 分钟 满分:150 分)

# 注意事项:

1. 答题前,务必在答题卡和答题卷规定的地方填写自己的姓名、准考证号和座位号后两位。

2. 答题时, 每小题选出答案后, 用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动, 用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。

3. 答题时, 必须使用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔在答题卷上书写,要求字体工整、笔迹清晰。作图题可先用铅笔在答题卷规定的位置绘出, 确认后再用 0.5 毫米的黑色墨水签字笔描清楚。必须在题号所指示的答题区域作答, 超出答题区域书写的答案无效, 在试题卷、草稿纸上答题无效。

4. 考试结束, 务必将答题卡和答题卷一并上交。

# 一、单项选择题: 本题共 8 小题, 每小题 5 分, 共 40 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一项是符合 题目要求的.

1. 已知集合 ,则 ( )

A. B. C. D.

2. ,则 ( )

A. B. C. D.

3. 已知 ,若满足 ,且 ,则 ( )

A. B. C. D. 0

4. 已知一圆锥高为 2,母线长为 . 若用一平面截圆锥得到的圆台体积是圆锥的 ,则圆台的侧面积为( )

A. B. C. D.

5. 已知 ,则 ( )

A. 1 B. -1 C. 0 D.

6. 已知实数 满足 ,则 的最小值为 ( )

A. 96 B. 81 C. D.

7. 已知 为偶函数,且 在 上有 3 个零点,则 的取值范围为 ( )

A. B. C. D.

8. 已知函数 ,若存在唯一的整数 ,使 ,则 的取值范围是 ( )

A.

B.

C.

D.

# 二、多项选择题:本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分, 在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题 目的要求, 全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分.

9. 设 是三个随机事件,则下列说法正确的是 ( )

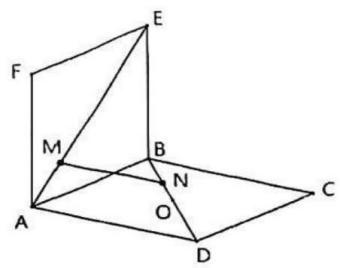
A. 若 互斥,则

B. 若 ,则

C.

D. 若 独立,则

10. 已知函数 ,若关于 方程 有四个不同的解 ,且 ,则 的可能取值为( )

A. 2 B. 8 C. 16 D. 32

11. 如图所示,两个正方形 的边长为 ,两个动点 分别在正方形对角线 和 上, 中点为 且 . 则 ( )

A. 运动过程中,不存在

B. 若平面 平面 ,则平面 平面

C. 当 在线段 上运动时(不包括端点),二面角 可以为直二面角

D. 当 在线段 上运动时(不包括端点),四面体 的外接球表面积的最小值为 .

# 三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分.

12. 若 ,则 的最小正周期为\_\_\_\_\_.

13. 函数 在(-2,2)上有两个零点,则 的取值范围是\_\_\_\_\_.

14. 已知 为正整数,有穷数列 中所有可能的乘积 的和记为 . 例如,

当 时, . 数列 的前 项和为\_\_\_\_\_.

# 四、解答题: 本题共 5 小题,共 77 分,解答应写出必要的证明过程及验算步骤.

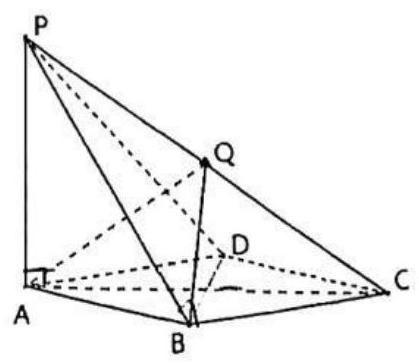
15. (本小题满分 13 分) 锐角 中,角 对应的边为 . 满足 ,且 . (1)求角 的大小； (2)求 的取值范围.

16. (本小题满分 15 分) 已知椭圆 过点 ,焦距为 4,过点 斜率为 的直线 与椭圆 交于 两点,线段 的中点为 .

(1)求椭圆 的标准方程；

(2)若 的面积为 ,求直线 的方程.

17. (本小题满分 15 分)

如图,四棱锥 中,底面 为矩形, , , , .

(1)求证: 平面 .

(2)若 为 上一点, ,且二面角 为 ,求 到平面 的距离.

18. (本小题满分 17 分)

已知函数 是 的一个极值点.

(1)求实数 的值.

(2)判断函数 在 上的零点个数,并加以证明.

(3) 证明: . 其中

19.(本小题满分 17 分)

二项式定理可以推广到任意实数次幂,即广义二项式定理: 对于任意实数 , . 对于无穷数列 ,我们称 为数列 的生成函数. 生成函数是重要的计数工具之一. 对于给定的正整数 ,记方程 的非负整数解的个数为 ,则 为 展开式中 前的系数.

(1)写出无穷常数列 的生成函数 并化简;

(2)利用广义二项式定理证明: ,并求 的通项公式;

(3)一次体质素养测试共分为十一个大项,前十项各有三个小项,第十一项仅有两个小项.运动员需参加所有项目的测试以获取分数. 计分规则如下:通过第 大项中的每一个小项,都可获得 分; 通过第十一项中的每一个小项,可获得 1 分.

①记 表示第一大项中每一个小项获得的分数, 表示第二大项中每一个小项获得的分数, 表示第十大项中每一个小项获得的分数, 表示第十一大项中每一个小项获得的分数. 记 为获取 分的所有得分组合数. 请写出 的取值集合,并用方程解的个数描述 .

② 求 .