**安徽省蚌埠市A层高中2024-2025学年高二下学期第四次联考数学试题**

学校:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_姓名：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_班级：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_考号：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**一、单选题**

1．记为等差数列的前*n*项和，若则（    ）

A．4 B．2 C． D．

2．已知曲线在点处的切线与直线垂直，则（    ）

A． B． C．2 D．

3．6名同学到*A*，*B*，*C*三个场馆做志愿者，每名同学只去1个场馆，*A*场馆安排1名，*B*场馆安排2名，*C*场馆安排3名，则不同的安排方法的个数有（   ）

A．30 B．60 C．120 D．3604

4．已知的展开式中，前三项的系数依次成等差数列，则展开式中二项式系数最大的项是（    ）

A． B． C． D．

5．已知等差数列的首项为1，且成等比数列，则数列的前项和为（    ）

A． B． C．505 D．1013

6．有4张分别标有数字1，2，3，4的红色卡片和4张分别标有1，2，3，4的蓝色卡片，从这8张卡片中，取出4张排成一行，如果取出的4张卡片所标的数字之和等于10，则不同的排法共有（    ）种．

A．72 B．144 C．384 D．432

7．已知函数是定义在上的偶函数，其导函数为，且当时，，则不等式的解集为（   ）

A． B．

C． D．

8．已知，分别是双曲线的左、右焦点，过的直线分别交双曲线左、右两支于*A*，*B*两点，点*C*在*x*轴上，，平分，则双曲线的渐近线方程为（    ）

A． B． C． D．

**二、多选题**

9．下列命题正确的有（   ）

A．

B．已知的数，若，则

C．

D．设函数的导函数为，且，则

10．已知曲线，则（    ）

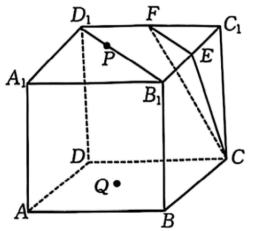
A．不经过第二象限

B．当，时，上任一点到坐标原点的距离均相等

C．上点的横坐标的取值范围是

D．上任一点到直线的距离的取值范围是

11．如图，在棱长为2的正方体中，*E*，*F*分别是棱，的中点，*P*在线段上，*Q*在底面内，则下列结论正确的是（   ）



A．三棱锥的体积为定值

B．若平面，则点*Q*的轨迹长度为

C．存在平面

D．平面截以*P*为球心，*PQ*长为半径的球所得的截面面积的取值范围为

**三、填空题**

12．在的展开式中，含项的系数为 ．

13．已知两点，，动点*M*满足，抛物线的焦点为*F*，动点*N*在*C*上，则的最小值为 .

14．设*A*，*B*是曲线上关于坐标原点对称的两点，将平面直角坐标系沿*x*轴折叠，使得上、下两半部分所成二面角为，则的最小值为 ．

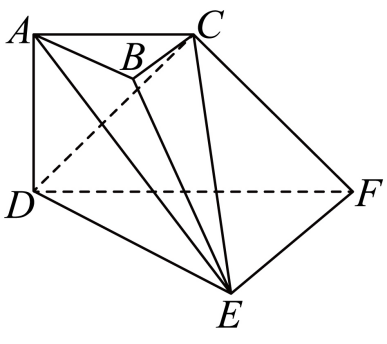
**四、解答题**

15．已知函数.

(1)当时，求函数的单调区间；

(2)若对任意，恒成立，求实数的取值范围.

16．如图，在多面体中，平面平面，四边形为直角梯形，．



(1)证明：；

(2)求平面与平面夹角的余弦值．

17．已知圆，圆，若动圆与圆外切，且与圆内切，记动圆圆心的轨迹为.

(1)求的方程；

(2)过点且斜率不为0的直线与曲线交于两点、，请问：在轴上是否存在一点，使得，如果存在，求出点的坐标，如果不存在请说明理由.

18．若正项数列的前项和为，首项，点在曲线上，数列满足，，且．

(1)求证：数列为等差数列；

(2)求数列和的通项公式；

(3)设数列满足，数列的前项和为，若不等式第一切恒成立，求实数的取值范围．

19．泰勒公式是一个非常重要的数学定理，它可以将一个函数在某一点处展开成无限项的多项式．当在处的阶导数都存在时，它的公式表达式如下：．注：表示函数在原点处的一阶导数，表示在原点处的二阶导数，以此类推，和表示在原点处的阶导数．

(1)求的泰勒公式（写到含的项为止即可），并估算的值（精确到小数点后三位）；

(2)当时，比较与的大小，并证明；

(3)设，证明：．

**安徽省蚌埠市A层高中2024-2025学年高二下学期第四次联考**

**数学试题参考答案**

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **题号** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| **答案** | B | B | B | C | A | D | D | D | BD | ABD |
| **题号** | 11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| **答案** | ABD |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

1．B

解析：因为，所以.

故选：B.

2．B

解析：因为曲线，所以

所以在点处的切线斜率为，

直线的斜率为，又因为两直线垂直，所以，所以.

故选：B.

3．B

解析：首先安排*C*场馆的3名同学，即；

再从剩下的3名同学中来安排*A*场馆的1名同学，即；

最后安排2名同学到丙场馆，即．

所以不同的安排方法有：种．

故选：B.

4．C

解析：展开式中的第项为，

所以前三项的系数依次为，

依题意，有，即，

整理得，解得（舍去）或.

由二项式系数的性质可知，展开式中第5项的二项式系数最大，

即.

故选：C.

5．A

解析：设公差为，因为成等比数列，

所以，则，

解得或，当时，，

此时与成等比数列矛盾，故排除，

当时，，此时令，

而其前项和为，

，故A正确.

故选：A

6．D

解析：分3类：

①红1蓝1，红4蓝4，排成一排；

②红2蓝2，红3蓝3，排成一排；

③2个1选1张，2个2选1张，2个3选1张，2个4选1张，排成一排，

由分类加法计数原理，共种，

故选：D．

7．D

解析：令，则，

当时，，所以当时，，

即在上是增函数，由题意是定义在上的偶函数，所以，

所以，所以是偶函数，在单调递减，

所以，，

即不等式等价为，

所以，解得或，

所以不等式的解集为．

故选：D

8．D

解析：因为，所以∽．

设，则，设，则，．

因为平分，由角平分线定理可知，，

所以，所以．

由双曲线定义知，即，解得．

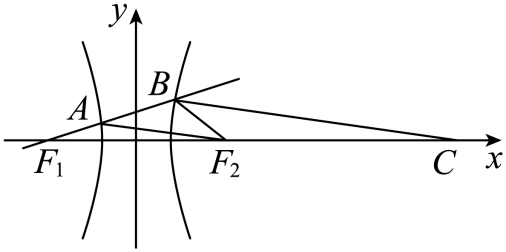
又由，得，

所以，即是等腰三角形．

由余弦定理知，

即，化简得，所以，

则双曲线的渐近线方程为．



故选：D

9．BD

解析：，故A错误．

对于B,因为，若则，即，故B正确．

对于C,因为，故C错误．

对于D,因为，故，故，D正确．

故选：BD

10．ABD

解析：对于A，当时，的方程为，方程无解，

所以曲线不经过第二象限，故A正确；

对于B，当时，的方程为，即，

此时方程表示圆心在坐标原点，半径为2的四分之一圆，

所以当时，上任一点到坐标原点的距离均为2，故B正确；

对于C，当时，为双曲线在第一象限的部分，

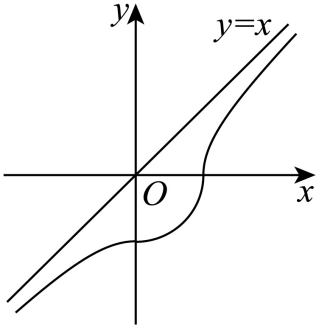
当时，为双曲线在第三象限的部分，

所以曲线的图象，如图所示，则上点的横坐标的取值范围是，故C错误；

对于D，因为直线是双曲线与双曲线的公共渐近线，

所以上任一点到直线的距离都大于0，

又上任一点到直线的距离的最大值即四分之一圆上的点到直线的距离的最大值为2，故D正确．



故选：ABD

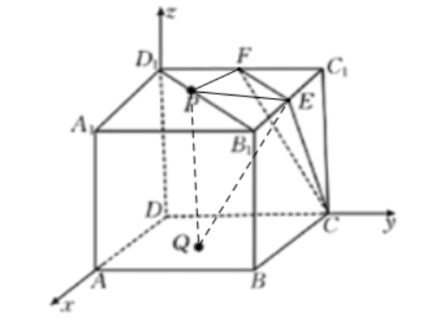
11．ABD

解析：对于A，由，得的面积为定值，

由平面平面，得三棱锥的高为定值2，

，A正确；

对于B，建立如图所示的空间直角坐标系，则，



设平面的法向量为，，

则，令，得，

设，，

，，则，

由平面，

得，

即点的轨迹方程为，令，得；令，得.

又点在底面内，

因此点的轨迹长度即为两点间的距离，B正确；

对于C，若存在平面，则，由，

得，，因此不存在平面，C错误；

对于D，由平面，得点到平面的距离为定值，

而，则，

而，则该球的半径，

截面圆的半径满足，

则截面面积的取值范围为，D正确.

故选：ABD

12．

解析：依题意，展开式中含的项是，含的项是，

因此的展开式中，含的项为，

所以所求系数为．

故答案为：.

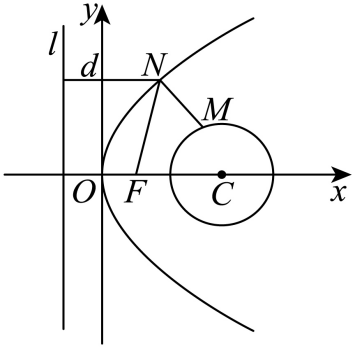
13．3

解析：因为点*M*满足，

设，则，

两边平方整理得，

即点*M*的轨迹为圆心，半径为2的圆，

的最小值是*M*到准线的最短距离，

因为*N*可以选择在抛物线上，使得*N*到*M*的距离加上*N*到准线的距离最小，

圆心到准线的距离是，

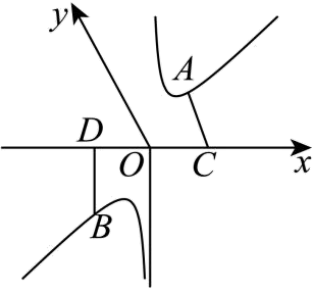
圆的半径是2，所以*M* 到准线的最短距离是，

因此，的最小值是

故答案为：

14．

解析：



设，

在平面直角坐标系中，过*A*作轴于点*C*，过*B*作轴于点*D*，

则，且分别在上下两个半平面内，折叠后即有，

因为，

所以



，

当且仅当时，等号成立，

所以的最小值为．

故答案为：.

15．(1)的单调递减区间是，单调递增区间是

(2)

解析：（1）当时，函数的定义域是，，

令，得，解得，故的单调递减区间是，

令，得，解得，故的单调递增区间是，

综上，的单调递减区间是，单调递增区间是.

（2）由任意，知恒成立.

因，故，在上恒成立.

设，则，

令，得，（舍去），

当时，，单调递增，

当时，，单调递减，

故当时，取得极大值，也是最大值，且，

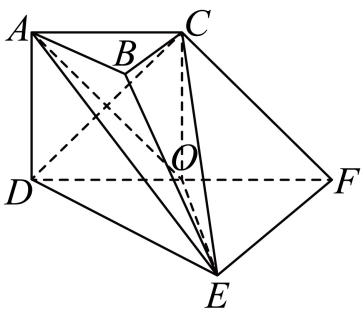
所以若在上恒成立，则，

故实数的取值范围是.

16．(1)证明见解析

(2)．

解析：（1）取的中点*O*，连接，由，得，



由平面平面，平面平面平面，

得平面，而平面，则，

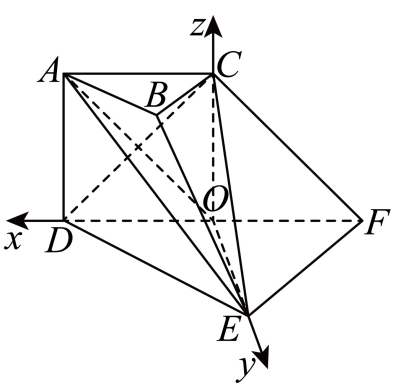
在直角梯形中，，

则四边形为正方形，即，又，且平面，

因此平面，而平面，

所以.

（2）由（1）知，直线两两垂直，以*O*为原点，直线分别为轴建立空间直角坐标系，



则，，

设平面的法向量为，则，

令，得，

设平面的法向量为，则，

令，得，

因此，

所以平面与平面夹角的余弦值为.

17．(1)

(2)存在，

解析：（1）设动圆的半径为，由题意，

，

又，故的轨迹为以、为焦点，长轴长为6的椭圆.又因为圆和圆内切，所以左顶点不满足，

，，，

故的方程为；

（2）假设存在点，使得，

当直线的斜率不存在时，恒成立

当直线的斜率存在时，

设，点，

，得

，，

因为，所以

，

所以，

化简得，

代入解得，

即存在点，使得.

18．(1)证明见解析

(2)；

(3)

解析：（1）证明：由点在曲线上，可得，

由于是正项数列的和，所以两边开方得：，因为，

所以数列为公差为，首项为的等差数列；

（2）由数列为公差为，首项为的等差数列可得，

，即，

当时，，

由知，上式对也成立，则；

数列满足，，且，

可得，故是以为首项，为公比的等比数列，

可得；

（3）由于，

所以前项和为，

则，

两式相减可得

，

化简可得，

由不等式对一切恒成立，

可得为奇数时，恒成立，

由递增，可得最小值为，即有，可得；

为偶数时，恒成立，

由递增，可得最小值为，即有，

综上可得：．

19．(1)，；

(2)，证明见详解；

(3)证明见解析.

解析：（1）因为，

所以

所以的泰勒公式为：，

所以

（2）记，

因为，所以在上单调递增，

又，所以时有，

所以.

（3）由（2）知，，即，

所以，

即.

令，则，

所以在上单调递减，所以，故，

所以，

则，即.